



Variations sur le calcul des vecteurs d'éclairement indirect

Xavier Serpaggi

► To cite this version:

Xavier Serpaggi. Variations sur le calcul des vecteurs d'éclairement indirect. Synthèse d'image et réalité virtuelle [cs.GR]. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne; Université Jean Monnet - Saint-Etienne, 2001. Français. NNT : 2001EMSE0023 . tel-00804892

HAL Id: tel-00804892

<https://theses.hal.science/tel-00804892>

Submitted on 26 Mar 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DES MINES DE SAINT-ÉTIENNE

UNIVERSITÉ JEAN MONNET
DE SAINT-ÉTIENNE

N° d'ordre : 267 ID

THÈSE

Présentée par Xavier Serpaggi

pour obtenir le titre de

Docteur

DE L'UNIVERSITÉ JEAN MONNET DE SAINT-ÉTIENNE ET DE
L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DES MINES DE SAINT-ÉTIENNE

Spécialité informatique – synthèse d'images

**Variations sur le calcul des vecteurs
d'éclairage indirect**

Soutenue à Saint-Étienne, le 19 décembre 2001

Composition du jury :

M. Alain Trémeau
M. George Drettakis
M. Philip Dutré
M. Kadi Bouatouch
M. Bernard Péroche
M. Jacques Zaninetti

Président
Rapporteurs

Examineurs

*A mon père et à ma mère,
qui chaque jour, donnent un sens au mot parents.*

Remercier est un art bien difficile mais pourtant essentiel. Ce petit chapitre ne peut donner qu'une vague idée des sentiments qui ont motivé son écriture.

Ces trois années ont été pour moi tour à tour, une découverte, un calvaire, du pur bonheur, des intenses moments de désespoir et un apprentissage formidable. Tout ceci n'aurait pas été possible si Bernard Péroche ne m'avait donné l'opportunité de m'intégrer à son équipe pour faire cette thèse. Je n'aurai pas rencontré Dominique Michelucci, Jean-Michel Moreau et Marc Roelens, toujours prêts à me donner des conseils, me faire part de leurs expériences et à passer du temps sur mes problèmes.

Je n'aurai certainement pas non plus rencontré Stéphane Albin, Jean-Philippe Farrugia, Jean-Claude Iehl, Grégory Six et Jacques Zaninetti. Tous, ont su me supporter, me conseiller, me motiver.

Cette motivation n'aurait pas été complète si ma thèse ne s'était déroulée dans une parfaite ambiance de joie et de bonne humeur à laquelle, en plus des personnes suscitées, a grandement participé la plus efficace et la plus septimontaine des secrétaires, entendez par là Marie Line Barnéoud.

Mes pensées vont également à Christian Nguyen qui reste pour moi un modèle, à Pascal Pitavy, qui dans un certain sens a su me montrer la lumière et à Samuel Olampi, ami et boureau indispensable sans qui ce travail n'aurait pas été complet.

Enfin, merci à Nadine, épouse formidable, qui pendant tout ce temps était en première ligne et a su, à elle seule, m'apporter tous ces éléments de réconfort et plus encore.

Merci à vous pour tout ce que vous avez fait pour moi, directement ou indirectement. Grâce à cela, ces trois années resteront en moi comme un merveilleux souvenir.

Introduction

Existe-t-il des périodes de l'histoire où l'homme n'a pas essayé de reproduire le monde qui l'entoure ? Des peintures rupestres à Michel Ange, l'histoire de l'homme est narrée par des dessins et pourtant, que d'évolutions dans les moyens et les techniques employés. Encore de nos jours, cette évolution se poursuit et après la pierre, le bois et la toile, le nouveau moyen d'expression est l'écran. Qu'il soit de cinéma, de télévision ou informatique, il devient le support privilégié d'une communication aux besoins sans cesse grandissants. À peine l'informatique moderne commençait-elle à se développer, que les premières images faisaient leur apparition. D'abord quelques traits sur des moniteurs, elles sont rapidement devenues plus évoluées. Les traits ont pris de l'épaisseur, des couleurs, de la texture et finalement du volume. De simples sphères, quelques cubes et un damier ont permis de faire évoluer ce qui, aujourd'hui, semble devenu un passage incontournable : la synthèse d'images.

Cette magie informatique a su s'adapter, s'imposer et couvrir à présent de nombreux secteurs sous diverses formes. Elle sait assister les chirurgiens dans leurs actes en guidant leurs instruments, elle sait aider l'architecte dans la création de ses projets les plus ambitieux, mais elle sait aussi nous divertir dans la publicité et au cinéma. Bien évidemment, les exigences de chacun de ces domaines ne sont pas les mêmes. Là où le médecin a besoin de rapidité, de clarté et de précision, l'architecte aura également besoin de réalisme, quitte à attendre un peu plus longtemps les résultats. Les besoins en terme cinématographique sont, quant à eux, les plus larges et même si la précision n'est pas toujours sollicitée, réalisme, rapidité et ergonomie doivent répondre présent. Ce domaine, le plus proche de l'art, ne connaît que les limites de l'imagination de ses créateurs ; aux outils alors de savoir s'adapter.

Comme nous le constatons à l'évocation ci-dessus, la synthèse d'images est un domaine très vaste et différentes voies se sont créées pour en explorer tous les horizons. Ce qui est traité dans ce mémoire est une partie de la branche qui touche au photoréalisme

dont le but est de tenter de produire aussi précisément que possible des images qui pourraient être confondues avec des photographies d'un même intérieur, d'un même paysage, d'une même personne... Pour tenter de se rapprocher d'un tel résultat, il est nécessaire de s'intéresser à la notion d'éclairage global, qui permet de prendre en compte l'intégralité des phénomènes physiques liés à la lumière. Cette notion s'oppose, ou plutôt, vient en complément de celle d'éclairage local, beaucoup plus limitée et utilisée jusqu'à récemment en synthèse d'images.

L'exploration des diverses solutions liées au problème de l'éclairage global en synthèse d'images a vu l'émergence de deux disciplines fort différentes. La première et certainement la plus ancienne, est l'application d'un principe utilisé par les physiciens dans les calculs d'échanges thermiques. Dans le cas de la synthèse d'images, ce ne sont en fait que les grandeurs échangées qui diffèrent et les ondes infrarouges, responsables de la sensation de *chaleur*, sont remplacées par de la lumière visible. Ce ne sont donc plus des échanges thermiques qui sont traités, mais uniquement des échanges lumineux entre différentes surfaces : la radiativité. La seconde, qui a suivi peu de temps après, est l'application de concepts mathématiques statistiques (les méthodes de Monte Carlo) à un algorithme de lancer de rayons : l'équation de rendu et sa résolution par le suivi de chemins.

Le travail présenté dans ce mémoire fait partie de cette seconde famille. Les *vecteurs d'éclairage indirect* obtenus à l'aide du lancer de rayons, s'appliquent dans le cadre de scènes d'intérieur et utilisent, pour leur calcul, une méthode de Monte Carlo. Les recherches que nous avons menées ont pour but de développer cette jeune méthode que sont les vecteurs d'éclairage indirect. Nous avons, pour cela, tenté d'explorer différentes voies, parfois en appliquant des principes connus, parfois en proposant des méthodes originales. Le but avoué est de rendre les vecteurs d'éclairage indirect encore plus faciles et plus rapides à utiliser qu'ils ne le sont déjà en augmentant leur champ d'action et en réduisant le nombre de paramètres qu'ils nécessitent. Pour exposer ces recherches nous allons utiliser le schéma en cinq chapitres suivant.

Tout d'abord, nous présenterons notre vision de l'évolution de la synthèse d'images en expliquant comment, à partir de lois physiques, les modèles utilisés aujourd'hui ont été bâtis. Nous nous attarderons plus particulièrement sur l'éclairage global et les différentes propositions faites pour tenter de résoudre ce problème. Nous évoquerons également les développements récents et, en particulier, les solutions reposant intégralement sur le matériel de plus en plus performant mis à notre disposition.

Nous exposerons ensuite les deux outils principaux qui vont être utilisés pour calculer les vecteurs d'éclairement indirect : un passage en revue des très utilisées méthodes de Monte Carlo et une introduction à un ensemble de méthodes statistiques peu utilisées dans notre domaine : l'*analyse séquentielle*.

Dans la troisième partie, nous procéderons à une étude détaillée de la méthode des vecteurs d'éclairement indirect avec une analyse des problèmes ouverts, ainsi qu'une ébauche des solutions proposées.

Enfin viendront les deux chapitres présentant les résultats les plus intéressants de nos travaux qui répondent, en partie, aux problèmes posés au chapitre précédent. Nous aborderons tout d'abord les problèmes liés à chaque vecteur d'éclairement indirect, en proposant trois nouvelles améliorations qui sont l'utilisation du suivi de chemin, de la variance de la luminance et de l'analyse séquentielle.

Nous parlerons enfin des problèmes liés aux vecteurs d'éclairement indirect alors qu'ils sont considérés en tant que groupes, en donnant différentes approches empiriques qui s'avèrent être des solutions qualitativement valables. Mais, comme nous le verrons, ces réponses aux problèmes initialement posés en soulèvent d'autres.

Table des matières

1	Synthèse d'images, éclairage local, éclairage global	19
1.1	Interactions lumière-matière	20
1.1.1	Interaction avec les surfaces lisses	21
1.1.2	Interaction avec les surfaces rugueuses	25
1.1.3	Un modèle de matériaux	25
1.2	Voir et être vu	27
1.3	Rappels sur l'éclairage global	28
1.3.1	Radiosité et éclairage global	28
1.3.1.1	Différentes formes de radiosité, méthodes hybrides	29
1.3.2	Une équation pour le rendu	30
1.4	Lancer de rayons et éclairage global	32
1.4.1	Éclairage diffus et lancer de rayons	32
1.4.2	Suivi et mutations de chemins	33
1.4.2.1	Suivi de chemins bidirectionnel	33
1.4.2.2	<i>Next-event estimator</i>	33
1.4.2.3	<i>Metropolis light transport</i>	34
1.4.3	Méthodes de quasi-monte carlo	34
1.4.4	Photons et éclairage global	35
1.4.5	Vecteurs d'éclairage	35
1.5	Développements récents	36

TABLE DES MATIÈRES

1.5.1	Utilisation des cartes graphiques	36
1.5.2	Pourquoi ne pas utiliser l'accélération matérielle	37
1.5.3	Interactivité et lancer de rayons	38
2	Outils pour les vecteurs d'éclairage indirect	39
2.1	Méthodes de Monte Carlo	40
2.1.1	Principe de base	40
2.1.2	Stratification	42
2.1.3	Échantillonnage d'importance	44
2.2	Principes de l'analyse séquentielle	46
2.2.1	Test séquentiel du rapport de vraisemblance	46
2.2.2	Notion de risques	48
3	Vecteurs d'éclairage indirect	51
3.1	Calcul des VEI	51
3.1.1	Méthode de calcul	52
3.1.1.1	Calcul de chaque VEI	52
3.1.1.2	Interpolation des VEI	55
3.1.2	Résultats obtenus	57
3.2	Révision de la méthode de calcul	57
3.2.1	Calcul de chaque VEI	57
3.2.2	Interpolation des VEI	58
4	Variations dans l'espace objet	61
4.1	Augmenter la quantité d'information	62
4.1.1	Utilisation du suivi de chemins	62
4.1.1.1	Application du suivi de chemins aux VEI	63
4.1.1.2	Résultats et discussion	64
4.1.1.3	Plus d'information ou une meilleure information?	67

TABLE DES MATIÈRES

4.2	Améliorer la qualité de l'information	72
4.2.1	Variance de l'éclairage indirect	73
4.2.1.1	Réalisation et mise en œuvre	73
4.2.1.2	Résultats et discussion	75
4.2.2	Utilisation de l'analyse séquentielle	82
4.2.2.1	Calculer moins ou calculer mieux?	82
4.2.2.2	Cohérence des grandeurs physiques	86
4.2.2.3	Détails de la mise en œuvre	89
4.2.2.4	Résultats	93
4.3	Bilan des variations dans l'espace objet	98
5	Variations sur le plan image	99
5.1	L'homogénéité, une idée qui germe	99
5.1.1	Réalisation	100
5.1.2	Résultats et discussion	102
5.1.3	Conclusion	104
5.2	Visualisation de l'éclairage indirect	110
5.2.1	Reconstruction de l'éclairage indirect	110
5.2.1.1	Motivations	111
5.2.1.2	Modification des critères d'interpolation	112
5.2.2	Interpolation et <i>photon-map</i>	116
5.3	Bilan des variations sur le plan image	121
A	Grandeurs photométriques	137
B	Statistiques — probabilités : quelques bases	139
B.1	Variables aléatoires	140
B.2	Fonctions associées aux variables aléatoires	141
B.3	Espérance	142

TABLE DES MATIÈRES

B.4	Moments	143
B.5	Variance	143
B.6	Écart-type	144
C	Diagramme de Voronoï et triangulation de Delaunay	145
C.1	Diagramme de Voronoï et triangulation de Delaunay	145
C.1.1	Diagramme de Voronoï	146
C.1.2	Triangulation de Delaunay	147
C.2	Diagramme de Voronoï sur un hémisphère	148
C.2.1	Mise en œuvre	150
D	Environnement de travail	153
D.1	CASTOR, ou la description de scènes CSG	153
D.1.1	<i>Constructive Solid Geometry</i>	155
D.1.2	CASTOR et CASTOR-C	156
D.2	Yart, ou le lancer de rayons	159
D.3	Stockage et visualisation des images	159

Table des figures

1.1	Réflexion, réfraction : les directions	22
1.2	Polarisation de la lumière	23
1.3	Modes de réflexion de la lumière	25
1.4	Fonction de distribution de la réflectance bidirectionnelle	26
1.5	Schéma de principe du lancer de rayons	27
2.1	Monte Carlo au plus simple	40
3.1	Principe de calcul d'un VEI	53
3.2	Calcul récursif des VEI	54
3.3	Comparaison entre méthode de Monte Carlo et VEI	59
4.1	Principe du suivi de chemins appliqué aux VEI.	63
4.2	Suivi de chemins : à l'intérieur de l'escargot	68
4.3	Suivi de chemins : le couloir obstrué	69
4.4	Suivi de chemins : le laboratoire photo	70
4.5	Suivi de chemins : quel type d'information?	71
4.6	Stratification uniforme et non uniforme d'un domaine	72
4.7	Variance de l'éclairement indirect : le couloir obstrué	78
4.8	Variance de l'éclairement indirect : le laboratoire photo	79
4.9	Variance de l'éclairement indirect : la salle à manger	80
4.10	Variance de l'éclairement indirect : influence du découpage initial	81

TABLE DES FIGURES

4.11	Première définition de l'homogénéité	83
4.12	Types de distributions rencontrées	84
4.13	Homogénéité et vecteur d'éclairement indirect	85
4.14	Hémisphère, diagramme de Voronoï et angle solide	87
4.15	Analyse séquentielle : la <i>Cornell Box</i>	95
4.16	Analyse séquentielle : le couloir obstrué	96
4.17	Analyse séquentielle : la salle à manger	97
5.1	Germe adaptatif : la <i>Cornell Box</i>	106
5.2	Germe adaptatif : le couloir obstrué	107
5.3	Germe adaptatif : le laboratoire photo	108
5.4	Germe adaptatif : la salle à manger	109
5.5	Extrapolation et interpolation	110
5.6	Taille de la zone de recherche des VEI : la salle de musée	114
5.7	Adaptation locale de l'interpolation	115
5.8	Interpolation des VEI et photon-map	117
5.9	Estimation de densité : variation de la taille du noyau	119
5.10	Estimation de densité : variation de la densité de VEI	120
5.11	Photoréalisme : la salle à manger	126
5.12	Photoréalisme : la salle de musée	126
5.13	Photoréalisme : la salle de classe	127
C.1	Diagramme de Voronoï et triangulation de Delaunay	146
C.2	Diagramme de Voronoï sur un hémisphère	150
D.1	Objet CSG complexe	155
D.2	Graphe CSG	156
D.3	Script CASTOR	157
D.4	Programme CASTOR-C	158

TABLE DES FIGURES

D.5 Principe de la reproduction de tons	160
---	-----

TABLE DES FIGURES

Liste des tableaux

0.1	Abréviations utilisées et signification	16
0.2	Symboles utilisés et signification	17
4.1	Comparaison entre VEI rékursifs et utilisant le suivi de chemins	65
5.1	Taille de la zone de recherche des VEI	113
A.1	Termes radiométriques et photométriques usuels	138
D.1	Exemples d'opérations booléennes	154

LISTE DES TABLEAUX

Symboles et conventions

Conventions

Toutes les images présentées pour appuyer les résultats de ce travail de thèse ont été calculées avec une taille de 600×600 pixels. Les calculs ont été effectués sur une station Silicon Graphics[®] disposant d'un processeur MIPS[®] R12000 cadencé à 270 MHz et de 512 Mo de mémoire.

Lorsqu'il y a matière à comparaison, les images sont accompagnées d'une vignette représentant une distance perceptuelle entre ces images. Cette distance, basée sur un modèle de vision simplifié, est encore expérimentale. Elle est destinée à comparer des images affichées sur un écran et non pas imprimées sur du papier, cependant elle donne une idée assez fidèle des différences qu'un observateur moyen peut détecter. Plus d'informations à propos de cette distance sont données dans [FP00].






Dans les légendes des images et dans le texte, figurent des abréviations dont la signification est donnée dans le tableau ci-après.

Tableau 0.1 – Signification des abréviations utilisées pour décrire les images résultats présentées dans ce mémoire.

Abréviation	Signification
N_{VEI}	Nombre de VEI total calculé pour cette image.
N_{germe}	Nombre de VEI générés pendant le calcul du germe.
\bar{N}_{rayons}	Nombre moyen de rayons utilisés pour calculer les VEI .
N_{min}	Nombre minimal de VEI nécessaire pour initier le processus d'interpolation.
N_{max}	Nombre maximal de VEI acceptés pour participer au processus d'interpolation.
t_{germe}	Temps nécessaire au calcul du germe de VEI.
t_{image}	Temps nécessaire au calcul de l'intégralité de l'image, germe compris.
x	Point de la scène où est calculé un VEI .
Ω	Hémisphère unitaire centré en x qui sert de support aux rayons lancés pour calculer l'éclairement indirect.
(θ_i, ϕ_i)	Direction, sur Ω , d'un rayon passant par x .

Symboles

Tableau 0.2 – *Signification des symboles utilisés pour les figures présentées dans ce mémoire.*

Symbole	Signification
	L'observateur.
	Une source de lumière.
	Fonction de distribution de la réflectance bidirectionnelle (BRDF).
	Un Vecteur d'Éclairement Indirect pendant la phase de calcul.
	Un Vecteur d'Éclairement Indirect sous sa forme définitive.

SYMBOLES ET CONVENTIONS

Chapitre 1

Synthèse d'images, éclairage local, éclairage global

Quand ils étudient le comportement de la lumière, les physiciens peuvent se placer sur deux plans radicalement différents. Une première approche est de considérer la lumière comme une onde (ou mieux, un champ électromagnétique), se déplaçant à une vitesse donnée, fonction du milieu ; c'est l'*optique physique* ou *optique ondulatoire*. La seconde approche, connue sous le nom d'*optique géométrique*, propose un modèle qui décrit la lumière comme étant composée de particules sans masse transportant une quantité d'énergie : les photons. Ces deux visions de la lumière trouvent en réalité leurs sources dans la comparaison entre les dimensions des obstacles interposés et la longueur d'onde considérée (ici, de l'ordre de 10^{-6}m). Pour des obstacles dont la dimension est de l'ordre de la longueur d'onde, c'est l'optique physique qui est utilisée, mais dans le cas d'obstacles dont la taille est largement supérieure à cette longueur d'onde, l'approximation de l'optique géométrique suffit à simuler les phénomènes observés.

La synthèse d'image a su tirer profit de ces deux modèles et ce chapitre a pour but d'expliquer comment, à partir soit d'ondes, soit de photons et même souvent des deux, des modèles de plus haut niveau ont vu le jour et ont évolué jusqu'à ce que nous connaissions aujourd'hui.

Nous aborderons ensuite la description des modèles de matériaux utilisés pour simuler les interactions entre cette lumière et les objets à visualiser.

Nous ferons enfin un tour d'horizon des méthodes, passées et présentes, utilisées pour prendre en compte l'éclairage global dans une image de synthèse.

1.1 Interactions lumière-matière

Pour comprendre les phénomènes lumineux dont nous sommes les témoins quotidiens, il semble nécessaire de se pencher sur les différentes façons qu'a la lumière d'interagir avec les objets et, d'une manière plus générale, avec la matière. Ce qui est exposé ici s'appuie en partie sur l'ouvrage de P. Callet [Cal98] et se veut un rappel des bases nécessaires à une compréhension un peu plus approfondie de ces mécanismes employés en synthèse d'images.

Optique physique

Les ondes électromagnétiques, telle la lumière, sont composées, comme leur nom l'indique, d'un champ électrique et d'un champ magnétique. Ceux-ci sont perpendiculaires l'un à l'autre, possèdent la même fréquence et se propagent dans la même direction. La sensation visuelle que nous pouvons ressentir en regardant une source lumineuse est due uniquement à son champ électrique, c'est à dire à sa longueur d'onde qui nous donne la couleur et à sa valeur moyenne qui nous renseigne sur l'intensité. Si ce sont plusieurs ondes lumineuses que nous regardons, la sensation lumineuse équivalente que nous ressentirons sera obtenue en sommant vectoriellement les champs électriques. Cependant, les phénomènes propres à l'optique¹ physique — polarisation², diffraction³ — n'ont pour nous, acteurs de la vie, que peu d'influence. Dans la majorité des cas, leurs effets visuels sont de faible portée et l'optique géométrique semble suffisante et bien plus simple pour décrire ce que nous observons et justifier un modèle applicable dans le cadre de la synthèse d'image. Cette remarque peut également s'appliquer aux phénomènes d'interférences⁴ quand le matériaux n'a pas de propriétés particulières comme ce peut-être le cas pour certaines peintures métallisées où justement ce phénomène représente la majorité des effets visuels.

Optique géométrique

Cette fois-ci, la lumière ne suit plus les règles qui régissent la propagation d'une onde,

1. En réalité, ces phénomènes existent pour n'importe quel type de modèle ondulatoire et en particulier pour le son. La sensibilité de l'oreille humaine n'a rien de comparable à la sensibilité de l'œil et chacun a un champ d'application bien spécifique. Dans le cas du son, polarisation, diffraction et interférences, revêtent une importance autre que dans le cas de la lumière.

2. Polarisation : propriété des ondes électromagnétiques de présenter une répartition privilégiée de l'orientation des vibrations qui les composent.

3. Diffraction : déviation que subit la direction de propagation des ondes lorsque celles-ci rencontrent un obstacle ou une ouverture de dimension du même ordre de grandeur que leur longueur d'onde.

4. Interférences : Phénomène résultant de la superposition d'oscillations ou d'ondes de même nature et de fréquence égales ou voisines.

mais se déplace en ligne droite d'un point à un autre. Ce modèle n'est pas adapté à la description de phénomènes tels que la polarisation, la diffraction ou les interférences, mais permet de décrire parfaitement le phénomène de réfraction.⁵ La sensation visuelle peut, pour ce modèle, s'exprimer comme proportionnelle à la somme des particules reçues par l'oeil ou, d'une manière générale, par le capteur et ce, par unité de temps. Pour faire un parallèle avec l'optique physique, le nombre de photons reçus par unité de temps est équivalent à l'amplitude de l'onde électromagnétique. Il manque alors une composante essentielle : la fréquence, qui provoque une sensation de couleur.

Dans notre domaine, cette lacune est le plus souvent comblée en utilisant un modèle double où la lumière se déplace en ligne droite, mais comporte des paramètres propres tels que la couleur, pâle héritage de la longueur d'onde (le modèle RGB). Pourtant, certains travaux réussissent à allier optique géométrique et rendu spectral. C'est le cas de S. W. Thomas [Tho86], G. Rougeron [Rou98] ou encore J.-C. Iehl [Ieh00] qui simplifient le modèle spectral en regroupant certaines bandes de longueurs d'onde en fonction de leurs interactions avec les matériaux ou encore en fonction de leur contribution à la qualité de l'image finale.

1.1.1 Interaction avec les surfaces lisses

Les surfaces lisses de matériaux uniformes réfléchissent la lumière selon un phénomène décrit par les équations de Fresnel (voir page 23). Ces équations donnent la fraction d'énergie réfléchi et/ou transmise sur une surface et en général, ne sont utilisées que pour les milieux diélectriques, c'est à dire non conducteurs.

Un diélectrique est caractérisé par son indice de réfraction. Celui-ci décrit la modification de la vitesse de propagation de la lumière lorsqu'elle pénètre dans ce milieu.

Quand la lumière rencontre une surface lisse, une partie est réfléchi par cette surface et le reste est absorbé par l'objet. Dans le cas des objets transparents, on dit que la lumière absorbée est transmise. La direction de la lumière réfléchi est donnée par la loi suivante : « *la direction de la lumière réfléchi est dans le plan formé par la lumière incidente et la normale à la surface. L'angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion* ». Ceci est schématisé sur la figure 1.1.

5. Changement de direction d'une onde passant d'un milieu à un autre.

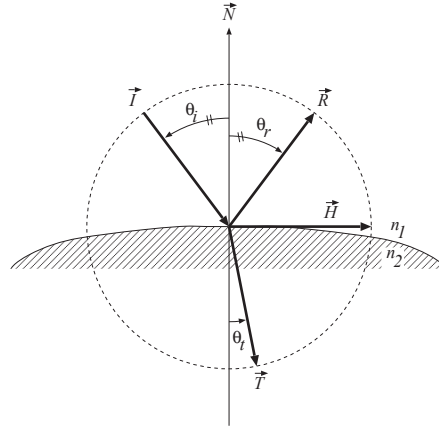


Figure 1.1 – Directions des rayons réfléchis et réfractés en fonction d'une direction incidente \vec{I} , de la normale à la surface \vec{N} au point considéré et des indices de réfraction n_1 et n_2 des différents milieux.

La direction de la lumière transmise est également dans ce même plan et l'angle entre la normale et cette direction est donnée par la loi de Snell-Descartes :

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t \quad (1-1)$$

Si l'équation précédente ne peut être satisfaite ($\sin \theta_i > \frac{n_1}{n_2}$), il n'y a pas de lumière transmise et nous sommes alors dans le cas d'une *réflexion totale*.

Dans le cas à la fois d'une réflexion et d'une réfraction, les portions d'énergie attribuées à chacun des rayons sont données par les équations de Fresnel.

Dans le cadre d'une utilisation en synthèse d'images, il est plus commode d'utiliser des vecteurs. \vec{R} représente la direction réfléchie et \vec{T} la direction transmise. Ces vecteurs sont représentés également sur la figure 1.1.

Nous avons donc pour \vec{R} :

$$\vec{R} = \vec{I} + 2\vec{N}(\vec{I} \cdot \vec{N}) \quad (1-2)$$

Pour \vec{T} nous obtenons :

$$\vec{T} = -\vec{N} \cos \theta_t + \vec{H} \sin \theta_t \quad (1-3)$$

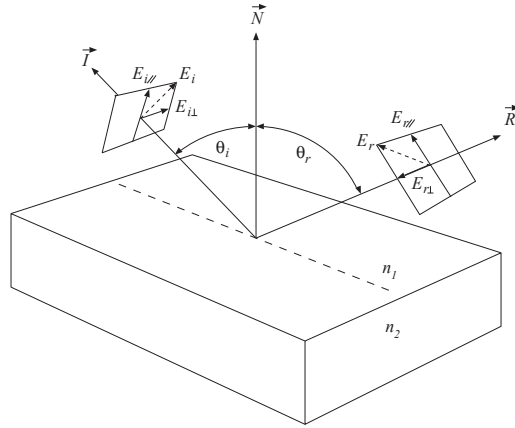


Figure 1.2 – Représentation des plans de polarisation.

où \vec{H} est le vecteur tangent à la surface au point considéré.

Nous pouvons alors écrire :

$$\vec{T} = \left[-\frac{n_1}{n_2}(\vec{T} \cdot \vec{N}) - \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2(1 - (\vec{T} \cdot \vec{N})^2)} \right] \vec{N} + \frac{n_1}{n_2} \vec{T} \quad (1-4)$$

Équations de Fresnel

Les matériaux conducteurs comme les métaux sont décrits d'une part par leur coefficient de réfraction et d'autre part par leur coefficient d'extinction k (coefficient nul pour les diélectriques).

Si nous considérons l'interface entre un diélectrique d'indice n_1 et un conducteur d'indice de réfraction n et de coefficient d'extinction k , la réflectivité peut être obtenue grâce aux équations de Fresnel :

$$R_s = \frac{a^2 + b^2 - 2a \cos \theta_i + \cos^2 \theta_i}{a^2 + b^2 + 2a \cos \theta_i + \cos^2 \theta_i} \quad (1-5)$$

$$R_p = R_s \frac{a^2 + b^2 - 2a \sin \theta_i \tan \theta_i + \sin^2 \theta_i \tan^2 \theta_i}{a^2 + b^2 + 2a \sin \theta_i \tan \theta_i + \sin^2 \theta_i \tan^2 \theta_i} \quad (1-6)$$

avec R_s et R_p représentant respectivement les coefficients de réflexion pour les deux plans de polarisation. Cette géométrie est représentée sur la figure 1.2.

θ_i est l'angle d'incidence et a et b sont donnés par :

$$a^2 = \frac{1}{2n_1^2} \left[\sqrt{(n^2 - k^2 - n_1^2 \sin^2 \theta)^2 + 4n^2 k^2} + n^2 - k^2 - n_1^2 \sin^2 \theta \right] \quad (1-7)$$

$$b^2 = \frac{1}{2n_1^2} \left[\sqrt{(n^2 - k^2 - n_1^2 \sin^2 \theta)^2 + 4n^2 k^2} - (n^2 - k^2 - n_1^2 \sin^2 \theta) \right] \quad (1-8)$$

Pour une lumière non polarisée, le coefficient de réflexion est simplement égal à la moyenne de R_s et R_p .

De plus, si nous fixons k égal à 0, nous obtenons les équations pour une interface entre deux diélectriques de coefficient de réfraction n_1 et n respectivement.

Une fois la lumière transmise dans le milieu, elle est en partie absorbée. Dans un diélectrique, il n'y a absorption que si le matériau contient des molécules absorbantes. C'est exactement le phénomène mis en jeu dans le cas d'un verre teinté.

Nous avons alors la loi d'absorption :

$$I(\lambda) = I_0(\lambda) e^{-C(\lambda)d} \quad (1-9)$$

où $I_0(\lambda)$ est l'intensité de la lumière à l'entrée du diélectrique pour la longueur d'onde λ et $I(\lambda)$ l'intensité pour cette même longueur d'onde après que la lumière ait parcouru une distance d à l'intérieur de ce matériau. Enfin, $C(\lambda)$ est une constante positive qui est fonction des pigments présents dans le matériau et donc de sa teinte.

Les métaux absorbent également la lumière transmise, mais si rapidement que même si leur épaisseur est infime, la lumière ne passe pas à travers. Pour ce type de matériaux, $C(\lambda)$ est remplacée par une fonction dépendant à la fois de la longueur d'onde λ et de k , le coefficient d'absorption.

$$\rho(\lambda) = \frac{4\pi}{\lambda} \quad (1-10)$$

soit

$$I(\lambda) = I_0(\lambda) e^{-\frac{4\pi}{\lambda} d}. \quad (1-11)$$

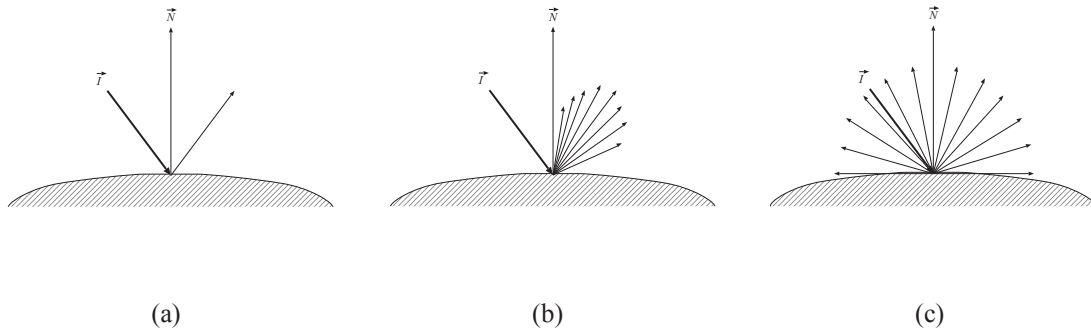


Figure 1.3 – Les trois principaux modes de réflexion de la lumière sur un matériau rugueux.

1.1.2 Interaction avec les surfaces rugueuses

Bien que ces surfaces obéissent, à un niveau microscopique, aux lois décrites ci-dessus, il est nécessaire de définir un modèle plus simple pour une utilisation en synthèse d'images. Ce modèle décrit, à un niveau macroscopique, les phénomènes intervenant au niveau microscopique.

A l'échelle humaine, un matériau a principalement les trois modes de réflexion de la lumière présentés sur la figure 1.3 : (a), la réflexion spéculaire ; (b), la réflexion diffuse directionnelle et (c), la réflexion diffuse.

1.1.3 Un modèle de matériaux

Un tel modèle, pour être facilement exploitable en synthèse d'images, doit être simple à calculer et c'est pour cela qu'il se présente le plus souvent sous la forme d'une fonction. Cette fonction, aussi appelée BRDF (*Bidirectional Reflectance Distribution Function* : Fonction de distribution de la réflectance bidirectionnelle) donne le rapport de l'énergie réfléchie sur la surface par l'énergie incidente et prend en argument une direction incidente, une direction réfléchie et les angles solides qui leur sont associés.

La notion d'énergie est ici représentée par une luminance dont l'unité est le $W.m^{-2}.sr^{-1}$. C'est ce que représente un flux, exprimé en *Watt*, arrivant sur une unité de surface dx , exprimée en m^2 , à travers un angle solide $d\omega_i$ exprimé en *stéradians*. C'est donc un éclairement, dont l'unité est le $W.m^{-2}$, par unité d'angle solide.

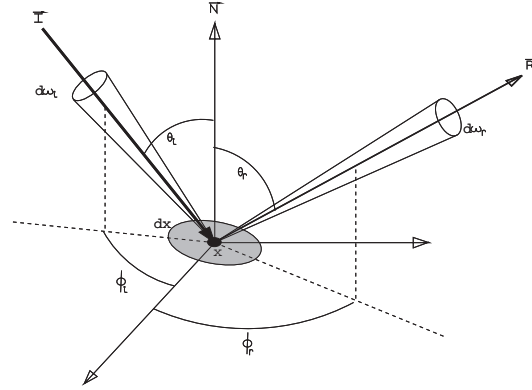


Figure 1.4 – Représentation schématique de la Fonction de distribution de la réflectance bidirectionnelle.

Si nous considérons la géométrie de la figure 1.4, le flux arrivant à travers l'angle solide $d\omega_i$ sur l'élément de surface dx peut s'exprimer comme suit :

$$\Phi = L(x, \vec{\omega}_i) \cos \theta d\theta d\omega_i \quad (1-12)$$

où $\cos \theta d\theta d\omega_i$ représente la projection de l'angle solide sur le plan de l'élément de surface.

Notons $L(x, \vec{\omega}_r)$ la luminance quittant l'élément de surface à travers l'angle solide $d\omega_r$. Nous pouvons exprimer le rapport de ces luminances par :

$$\rho(x, \vec{\omega}_i, \vec{\omega}_r) = \frac{L(x, \vec{\omega}_r)}{L(x, \vec{\omega}_i) \cos \theta_i d\omega_i} \quad (1-13)$$

où $\rho(x, \vec{\omega}_i, \vec{\omega}_r)$ est la BRDF.

Ces BRDF peuvent se diviser en deux classes distinctes qui sont les BRDF isotropes et les BRDF anisotropes. La première est en fait indépendante des angles θ_i et θ_r . Ceci la rend plus facile encore à calculer et se justifie par le fait que de nombreux matériaux ne possèdent pas de caractère anisotrope.

Remarquons que la démarche serait similaire pour exprimer le rapport entre l'énergie incidente et l'énergie transmise. Nous parlerions alors de *BTDF* (*Bidirectional Transmittance Distribution Function*).

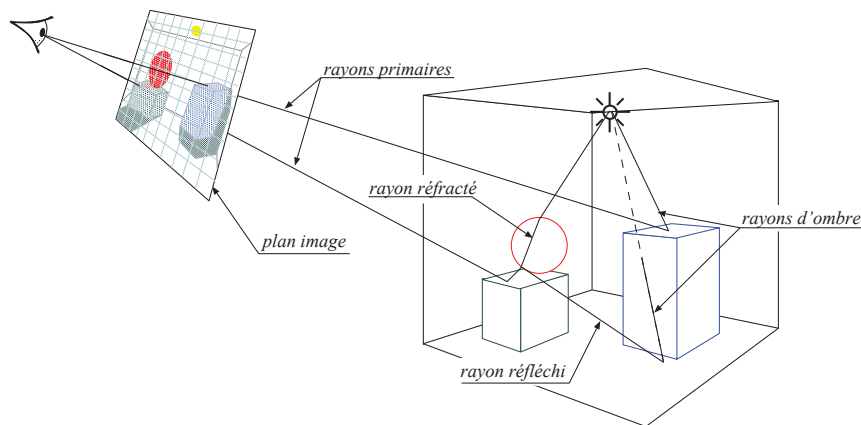


Figure 1.5 – Schéma de principe du lancer de rayons.

Mais savoir comment la lumière interagit avec les objets et créer des modèles de matériaux n'était pas suffisant pour obtenir des images de synthèse. Encore fallait-il disposer d'un modèle de propagation de cette lumière qui puisse permettre d'avoir des images dans des temps raisonnables.

1.2 Voir et être vu

Dans le monde de la synthèse d'images, une modélisation rapide et pratique d'une source lumineuse a longtemps été la source ponctuelle. L'observateur, l'objectif de l'appareil photographique ou tout autre moyen de visualisation, était également représenté par un point de l'espace. Contrairement au cas des sources lumineuses, ce modèle est encore largement répandu de nos jours. Il est alors aisé d'imaginer la difficulté pour un rayon lumineux, partant d'une source dans une direction quelconque, d'atteindre l'œil après interaction avec les différents objets d'une scène. Pour qu'au moins un rayon atteigne l'œil, il faudrait en lancer un nombre considérable depuis les sources de lumière.

Pour éviter cela et dans un souci d'efficacité, A. Appel a proposé pour la première fois en 1968 la méthode du lancer de rayons dans [App68]. Mais les moyens informatiques utilisés alors ne permettaient pas d'utiliser cet algorithme très gourmand en temps de calcul. Ce n'est 12 ans plus tard, en 1980, que T. Whitted dans [Whi80], le remet au goût du jour.

Le principe en est le suivant : au lieu de considérer le trajet naturel de la lumière d'une source vers l'œil, c'est le trajet inverse, à partir de l'œil et dans une direction donnée

par chaque pixel de l'image (figure 1.5), qui est considéré (ce type de rayon est appelé *rayon primaire*). Ceci est tout à fait valide puisque conforme au principe de réciprocité du déplacement de la lumière. Aux intersections avec les objets, la contribution en énergie de chaque source est calculée en fonction de leur visibilité et de la nature de la surface. Cette visibilité est testée à l'aide de rayons dits *rayons d'ombre*, lancés entre le point d'intersection sur la surface et les sources de lumière. Ces rayons ne servent qu'à renseigner sur la visibilité de chaque source de lumière.

Mais cela a un revers : tous les chemins ne sont pas explorés et de nombreux phénomènes physiques sont ignorés. Par exemple nous pouvons citer les réflexions diffuses, les réflexions diffuses-spéculaires et les caustiques. Ces nouveaux problèmes sont bien trop vastes pour avoir été résolus simplement et forment une nouvelle branche de la synthèse d'image plus connue sous le nom d'éclairage global. Les différentes techniques employées pour résoudre ces problèmes sont exposées dans les sections suivantes et nous commencerons par la plus ancienne, mais qui pourtant ne fait pas appel directement au lancer de rayons : la radiosité.

1.3 Rappels sur l'éclairage global

Nous avons pu voir, dans la section précédente, la simplicité de l'algorithme de lancer de rayons : utiliser le principe de réciprocité du déplacement de la lumière. Nous avons également pu remarquer que cette simplicité a néanmoins un coût qui se traduit par le faible nombre de phénomènes physiques simulés. L'* clairage global* est donc un ensemble de méthodes permettant de prendre en compte la quasi totalité des phénomènes physiques liés à la lumière. En fait, ceci est tout à fait faisable théoriquement : il suffit de recrer tous les trajets lumineux possibles dans une scène. Bien évidemment, en pratique, cette solution n'est pas viable et, comme pour le lancer de rayons, il a fallu trouver des approches simplificatrices, élaborer des modèles.

1.3.1 Radiosité et éclairage global

Des modèles, la toute jeune science qu'est la synthèse d'image n'en avait que peu à cette époque et il fallu s'intéresser à d'autres, plus anciennes. En ce qui concerne la lumière, il semble logique de penser à l'optique, à la physique, mais nous avons vu au

paragraphe 1.1 que la lumière est aussi une onde électromagnétique, au même titre que les ondes infrarouges.

Le premier modèle a donc été emprunté aux thermodynamiciens qui recherchent les états d'équilibre de grandeurs thermiques (les ondes infrarouges) dans des milieux clos. Ce sont C. Goral *et al.* en 1984, puis T. Nishita et E. Nakamae en 1985 qui présentèrent les premières applications d'un algorithme de radiosité à la synthèse d'images, respectivement dans [GTGB84] et [NN85].

Le but était donc de trouver un état d'équilibre des ondes lumineuses entre les différents objets composant une scène. Cela est fait en considérant que chaque objet et plus précisément, chaque surface élémentaire, reçoit de l'énergie en provenance de l'ensemble des autres surfaces, à un facteur de visibilité près. Mais cela veut également dire que cette même surface émet à son tour de l'énergie en direction de ses semblables. L'échange énergétique dépend, en plus du facteur de visibilité, de l'orientation relative des surfaces : le facteur de forme. Tout cela mis bout à bout conduit à la résolution d'un imposant système d'équations linéaires. Pour visualiser une image, ce système doit être résolu, ce qui nécessite une importante phase de pré-calcul. L'avantage est de pouvoir ensuite se déplacer interactivement dans la scène, sans avoir à recalculer d'échanges énergétiques. Malheureusement, cette solution telle que présentée par C. Goral *et al* ainsi que par T. Nishita et E. Nakamake est limitée à un certain modèle de matériaux ayant les contraintes suivantes : uniquement de petites surfaces opaques avec une BRDF purement diffuses et dont la radiosité et l'éclairement sont constants. La radiosité est en fait l'équivalent de l'éclairement, non pas reçu par la surface, mais rayonné par cette dernière (cf. Annexe A).

1.3.1.1 Différentes formes de radiosité, méthodes hybrides

D'autres méthodes, créées pour améliorer la convergence des algorithmes de radiosité, ou pour prendre en compte d'autres types de BRDF ont été imaginées.

Radiosité progressive

Pour avoir une première image en radiosité, il faut calculer les facteurs de forme pour l'ensemble des surfaces de la scène. Ceci demande beaucoup de temps et la radiosité progressive tente de résoudre cela en créant une liste de priorité des problèmes rencontrés. Les facteurs de forme ne sont calculés, dans un premier temps, que pour les surfaces possédant une énergie réfléchie ou émise importante. Ceci réduit le nombre

de calculs initiaux, mais permet par la suite, de poursuivre le processus en prenant en compte les autres surfaces et en affinant la représentation de la solution finale. Une description plus détaillée de ce processus incrémental est donnée dans [CCWG88].

Clustering et radiosité hiérarchique

L'idée clef à la base de ces deux méthodes est que les petits détails ne sont pas forcément visibles à tout moment. De ce fait, il n'est pas nécessaire de passer systématiquement du temps à les calculer. Ces détails peuvent concerner, soit la géométrie, soit les facteurs de forme. Le *clustering* s'attache aux problèmes purement géométriques, alors que la radiosité hiérarchique permet la gestion de niveaux de détails dans les facteurs de forme. Le principe du *clustering* est le suivant : d'un certain point de vue, deux objets proches peuvent apparaître comme n'étant qu'un seul objet et ceci permet de ne calculer qu'un facteur de forme approximatif de cet ensemble. Si besoin est, ce groupe sera éclaté et une précision plus importante sera obtenue en affinant la représentation précédemment trouvée. Dans le cas de la radiosité hiérarchique, les détails sont représentés par les toutes petites surfaces ou les surfaces éloignées les unes des autres. Des facteurs de forme seront tout d'abord calculés entre des éléments de surfaces de grande taille. En fonction de l'erreur introduite dans le cas où ces éléments de grande taille seraient utilisés, ils sont subdivisés et des facteurs de forme entre de plus petits éléments sont recalculés. Ceci est exposé en détail dans [HSA91].

Méthodes hybrides

Dans le but d'étendre le champ d'action de la radiosité à des matériaux non lambertiens⁶, des méthodes hybrides multi-passes ont été mises au point. Ici, la radiosité est utilisée pour calculer les réflexions purement diffuses de l'éclairement et le lancer de rayons permet, soit de calculer les contributions spéculaires comme proposé dans [CRMT91] et [Sil89], soit de guider le processus de radiosité pour trouver plus rapidement la distribution de l'éclairement comme exposé dans [WCG87].

1.3.2 Une équation pour le rendu

Jusqu'en 1986, le domaine du lancer de rayons était un peu en reste puisque le seul moyen pour tenter d'approcher la simulation de l'éclairement global était de faire

6. Sont dits lambertiens des matériaux dont la BRDF est constante quel que soit le couple de directions $(\vec{\omega}_i, \vec{\omega}_r)$.

de calculs brutaux et donc fort longs. Ce qui manquait, c'est en fait une formalisation des échanges énergétiques, non plus entre les différentes surfaces d'une scène comme c'est le cas pour la radiosité, mais entre ses différents points. À cette date, J. T. Kajiya proposa dans [Kaj86] ce qui devint alors une référence en matière de synthèse d'images. L'équation de rendu permet de formaliser, sous forme d'une intégrale unique, l'ensemble des échanges énergétiques ayant lieu dans une scène. Elle prend bien sûr en compte la visibilité relative des points, mais également leur énergie propre, l'énergie qui y arrive et l'énergie qui en est réfléchie. En choisissant la luminance comme unité énergétique, cette équation s'écrit :

$$L_r(x, \vec{\omega}_r) = L_e(x, \vec{\omega}_r) + \int_{\Omega} \rho(x, \vec{\omega}_i \rightarrow \vec{\omega}_r) L_i(x, \vec{\omega}_i) \cos \theta_i d\omega_i \quad (1-14)$$

et se lit comme «*la luminance L_r réfléchie par un point x de la scène dans la direction $\vec{\omega}_r$ est égale à la luminance propre L_e émise par ce point dans cette direction, additionnée à la somme des luminances L_i lui parvenant selon l'ensemble des directions $\vec{\omega}_i$ du domaine Ω , après avoir été réfléchie dans la direction $\vec{\omega}_r$ par le matériau dont la BRDF est ρ* ». Le problème qui apparaît est la nature récursive de cette intégrale ; L_i est, à un moment donné, le L_r d'un point x_a situé ailleurs dans la scène. Il n'existe donc pas de méthode analytique pour résoudre cette équation et tout le problème de l'éclairage global est de trouver une solution numérique approchant au mieux la solution réelle.

Dans son article, J. T. Kajiya n'a pas seulement proposé cette équation mais également une façon de la résoudre utilisant le *path-tracing* ou suivi de chemins, adaptation d'une méthode de Monte Carlo (voir la section 2.1, page 40) au cas du lancer de rayons. Le principe est d'échantillonner la fonction d'éclairage en ne se limitant plus aux premières intersections des rayons primaires mais en propageant ces derniers d'objets en objets, pour collecter un plus grand nombre d'informations et ainsi affiner la représentation que l'on s'en fait.

Les résultats étaient mitigés car même si le principe d'échantillonnage aléatoire a effectivement permis de prendre en compte l'intégralité de l'éclairage et ce quel que soit le modèle de matériau, le temps nécessaire à la production des images ainsi que la qualité de ces dernières pouvaient être améliorés. Le caractère le plus frappant des images calculées à l'aide du suivi de chemins est la présence de bruit haute fréquence dû au fait que parfois les chemins intersectent une source lumineuse, collectant une importante quantité d'énergie, mais que en général ce n'est pas le cas et l'énergie ré-

coltée est alors bien plus faible. Ces différences créent un contraste sensible qui nuit à la qualité visuelle des images.

1.4 Lancer de rayons et éclairage global

Dans cette section, nous proposons une approche orientée⁷ des différentes techniques utilisées en lancer de rayons pour résoudre le vaste problème du calcul de l'éclairage global. Comme nous avons pu le voir dans la section précédente, ceci revient à résoudre l'équation 1-14, dite équation de rendu, proposée par J. T. Kajiya. La méthode utilisée pour calculer cette intégrale est, comme nous le verrons, l'échantillonnage de Monte Carlo (cf. section 2.1).

1.4.1 Éclairage diffus et lancer de rayons

En 1988, G. Ward propose une méthode [WRC88] pour calculer les inter réflexions diffuses en utilisant le lancer de rayons. Son algorithme ajoute une étape au lancer de rayons classique, dans laquelle l'éclairage indirect est échantillonné uniquement pour certains pixels. Ceci est fait en lançant, autour du point d'intersection avec la scène, un certain nombre de rayons en direction des objets environnants. La luminance incidente au point ainsi récoltée est en fait une approximation locale de l'éclairage indirect en ce point. Les calculs ne sont pas faits en tout point de l'image et les valeurs manquantes sont obtenues par interpolation des valeurs calculées, si ces dernières satisfont certains critères tant géométriques, comme la position relative des points de calcul, que radiométriques, comme la variation locale du gradient d'éclairage. De plus, comme ce n'est que la composante diffuse de la BRDF qui est échantillonnée, les données sont réutilisables pour d'autres angles de vue.

Cette méthode permet donc, grâce à l'utilisation exclusive du lancer de rayons, de prendre en compte l'illumination directe, l'illumination spéculaire et l'illumination due aux autres objets de la scène ne possédant pas d'énergie propre.

7. Orientée, signifie ici que nous ne discuterons que des approches qui nous ont été utiles dans notre travail de thèse. Faire une description exhaustive de l'ensemble des méthodes dépasse largement le cadre de ce mémoire.

1.4.2 Suivi et mutations de chemins

L'idée du suivi de chemins, malgré tous les défauts apparents, n'a pas été abandonnée, loin s'en faut et a servi de tremplin à une nouvelle génération d'algorithmes. Chacun de ces algorithmes a pour but d'améliorer la convergence de l'échantillonnage de Monte Carlo en vue d'obtenir une image plus rapidement et de meilleure qualité.

1.4.2.1 Suivi de chemins bidirectionnel

Cette amélioration du suivi de chemins a été présentée en même temps par E. Lafortune dans [LW93, LW94] et E. Veach dans [VG94, VG95]. Pour réduire le bruit caractéristique des images calculées à l'aide du suivi de chemins, le suivi de chemins bidirectionnel crée des chemins provenant de l'oeil, comme le proposait Kajiya, mais également des différentes sources de lumière réparties dans la scène. Ceci permet d'un côté, de répartir l'énergie et de l'autre de la collecter. De plus, à chaque intersection d'un type de chemin avec les objets, des échanges sont forcés avec les intersections dues à l'autre type de chemin. De ce fait, l'énergie est mieux répartie et la variance de l'estimateur associé est réduite.

1.4.2.2 *Next-event estimator*

L'adaptation de cette technique, présentée dans [CCY67], au domaine de la synthèse d'images, est due à S. Pattanaik dans [PM93].

Le domaine d'application est bien entendu celui du suivi de chemins, qu'il soit bidirectionnel ou pas. Le principe est, à chaque noeud des chemins, de faire un calcul d'éclairage direct au point de la scène correspondant au noeud. Ceci, ramené au cadre de la résolution de l'équation de rendu (équation 1-14), correspond à un L_i . Ce qui est intéressant, c'est que nous sommes certains que cette contribution sera importante (à un facteur de visibilité près) puisque c'est l'éclairage provenant directement des sources de lumière qui est pris en compte en ce point. En pratique, cela permet de réduire le contraste entre les chemins se terminant pour cause d'intersection avec une source de lumière et les autres, transportant beaucoup moins d'énergie.

1.4.2.3 *Metropolis light transport*

Veach, qui est à l'origine de l'adaptation de *Metropolis* au calcul d'éclairage global [VG97], ne présente pas cela comme une variation du suivi de chemins mais comme une technique radicalement différente. Pourtant, les chemins sont largement employés pour échantillonner la fonction d'éclairage.

L'utilisation est en effet différente : le parcours aléatoire du suivi de chemins est remplacé par des mutations locales de ces mêmes chemins pour modifier leur contribution au résultat qu'est l'image finale. Chaque mutation est acceptée ou rejetée en fonction de probabilités. Ceci permet d'adapter l'échantillonnage au plus près de la fonction d'éclairage avec un minimum d'efforts. Les images résultantes présentées par E. Veach et comparées avec les mêmes images rendues avec le *bi-directionnal path-tracing* sont, pour un même temps de calcul, d'une qualité largement supérieure. De plus, il démontre que sa méthode n'est pas biaisée.

D'autres moyens sont utilisés pour tenter de réduire les temps de calcul des images tout en améliorant leur qualité, mais ils ne sont pas propres au domaine de la synthèse d'image et sont abordés dans la description plus générale des méthodes de Monte Carlo faite au chapitre 2.

1.4.3 Méthodes de quasi-monte carlo

Cette méthode, plébiscitée par A. Keller [Kel96], se base sur le simple fait que les ordinateurs sont des machines incapables de créer des nombres réellement aléatoires et que, de plus, l'ensemble des valeurs pseudo-aléatoires générées est de taille finie.

Ceci permet de disposer d'un ensemble de points générés à l'avance dont on maîtrise les propriétés comme par exemple sa distribution, qui doit être uniforme pour garantir une convergence de la méthode de Monte Carlo. De cet ensemble de points, il est possible de déduire des sous-ensembles ayant des contraintes d'uniformité encore plus sévères ; ce sont des ensembles dits à faible variation (*low discrepancy*) ou le terme *variation* représente une limite supérieure de l'erreur commise en intégrant la fonction.

Le fait d'utiliser ces sous-ensembles de points comme base d'échantillonnage dans une méthode de Monte Carlo est appelé méthode de quasi-Monte Carlo.

Keller prouve, à l'aide d'exemples, que ceci est supérieur aux méthodes de Monte Carlo, c'est à dire que la convergence est plus rapide. De plus il démontre que, mal-

gré les apparences, l'utilisation de méthodes de quasi-Monte Carlo dans le cadre du calcul d'éclairage global est un algorithme non biaisé.

1.4.4 Photons et éclairage global

L'ensemble des méthodes basées sur le lancer de rayons utilisent également son principe fondamental qui est de suivre le chemin inverse de la lumière. Pourtant, en 1995, H. W. Jensen propose dans [Jen95] une solution en deux passes qui permet de simuler l'éclairage indirect grâce à l'analogie des photons.

Une première passe distribue la luminance dans la scène en lançant des photons à partir de chaque source de lumière dans toutes les directions. Les photons ainsi répartis constituent une *photon-map* ou carte de photons, qui donne une idée de la répartition de l'éclairage.

Lors de la phase classique du lancer de rayons, à chaque intersection avec la scène, l'éclairage indirect est échantillonné en recherchant les photons préalablement déposés.

Un nombre élevé de photons est nécessaire pour avoir une bonne description de la fonction d'éclairage, mais de par l'utilisation d'une structure de stockage de taille réduite et d'un kd-tree [Ben95] comme outil de localisation, la méthode est très efficace.

De plus, ce principe fort simple semble être un des meilleurs moyens pour simuler efficacement les caustiques [Jen97] et les milieux participants [JC98] en adaptant localement la densité de la *photon-map*.

1.4.5 Vecteurs d'éclairage

Enfin, une technique originale présentée par J. Zaninetti *et al.* dans [ZSP98] et basée sur les travaux de G. Ward [WRC88, WH92] (voir section 1.4.1), les *vecteurs d'éclairage*, permet de tirer partie des avantages des méthodes de Monte Carlo, en évitant d'avoir des temps de calcul prohibitifs. Pour cela, les différents types d'éclairage sont remplacés par autant de catégories de vecteurs dont il est possible d'interpoler les valeurs au lieu de les recalculer systématiquement.

Les résultats sur les vecteurs d'éclairage sont à la base de notre travail de thèse. Une description détaillée de cette méthode et en particulier des vecteurs d'éclairage indirect, est donnée au chapitre 3, page 51.

1.5 Développements récents

Depuis quelques années déjà, la synthèse d'images a pris une nouvelle apparence. Les différentes primitives utilisées pour le rendu semblent s'être effacées pour ne laisser place qu'aux seuls triangles. Ces derniers, alliés au modèle d'interpolation de H. Gouraud [Gou71], font les beaux jours des cartes graphiques présentes sur le marché et des bibliothèques d'interfaçage telles qu'OpenGL®.

1.5.1 Utilisation des cartes graphiques

Ces cartes, secondées par ces bibliothèques de haut niveau, sont capables d'afficher plusieurs millions de polygones à la seconde. Ceci semble être suffisant pour avoir des images de synthèse en temps réel, mais en fait, de tels chiffres ne prennent pas en compte un certain nombre de points importants tels que les ombres portées, des modèles d'éclairage locaux plus évolués et bien entendu, des modèles d'éclairage global. En fait, elles sont tout à fait adaptées au monde des jeux vidéo ou encore du cinéma où les demandes en terme de photoréalisme n'existent pas encore réellement (cela semble de moins en moins vrai cependant, surtout en ce qui concerne le septième art).

Pour remédier à cela, les différents modèles d'éclairage sont laissés à des programmes annexes et de ce fait, seule une petite partie des capacités de ces cartes sont utilisées. Cela pourrait se résumer principalement à la reprojection de polygones à l'écran.

C'est évidemment le cas pour la radiosité où les échanges énergétiques sont précalculés et où la navigation dans la scène consiste à reprojeter ces informations à l'écran via une carte graphique. C'est également le cas de l'algorithme de *Tapestry* présenté dans [SS00]. L'image, pour être calculée, est tout d'abord échantillonnée en différents points choisis de manière aléatoire. Un maillage de Delaunay est ensuite construit sur ces points et l'interpolation entre les sommets des triangles, ainsi que leur reprojection à l'écran est laissée à une carte OpenGL®. Lors de la première phase d'échantillonnage, des valeurs précises pour les couleurs des pixels sont obtenues à l'aide d'un logiciel de lancer de rayons classique (en l'occurrence, RADIANCE de G. Ward).

1.5.2 Pourquoi ne pas utiliser l'accélération matérielle

L'utilisation exclusive des cartes graphique 3D dans le domaine de la synthèse d'images semble se généraliser de plus en plus (ceci est en partie dû au fait que des matériels très performants sont maintenant abordables) et le triangle en tant que primitive de rendu semble être un standard de fait.

Pourtant, il reste un certain nombre de raisons qui peuvent encore inciter à ne pas les utiliser. La première vient du manque d'uniformisation des API⁸ et de la volonté de tel ou tel constructeur de respecter les normes édictées.

À cela vient s'ajouter d'autres raisons plus dépendantes des utilisateurs eux-mêmes, comme par exemple le modèle géométrique utilisé ou encore la nécessité d'avoir un haut niveau de qualité et une certification en terme de grandeurs physiques.

Contraintes dues au modèle géométrique

Dans notre cas, le fait de ne pas utiliser l'accélération proposée par les cartes graphiques est, en plus des divers problèmes de portabilité, lié au modèle de description de scène utilisé (voir annexe D).

Le modèle *CSG* ne se prête que difficilement à une représentation par triangles et de plus cela lui ferait perdre la perfection géométrique qui lui est propre.

Photoréalisme et accélération matérielle

Ce qui est frappant quand on regarde de près des images réalisées avec ces cartes, c'est le manque de réalisme des scènes. Les modèles d'éclairage, nous l'avons déjà évoqué, sont sacrifiés au profit de la rapidité de calcul. Pour obtenir des images photoréalistes, les artistes, les créateurs, font appel à des astuces qui ne garantissent pas l'exactitude du résultat. Ceci est peut-être valable dans un film d'animation mais devient inacceptable dans le cadre d'une simulation architecturale par exemple. Les méthodes classiques de radiosité ou de lancer de rayons sont, pour l'instant, les seules à apporter des résultats dans lesquels nous pouvons avoir confiance.

Nous voyons de plus en plus de films créés entièrement en images de synthèse et parmi les plus remarquables nous nous devons de citer *Final Fantasy: The Spirits Within*. Pour

8. *Application Programming Interface* : interface de programmation d'applications, contenant un ensemble de fonctions courantes de bas niveau, bien documentées, permettant de programmer des applications de «haut niveau». On obtient ainsi des bibliothèques de routines.

des raisons de rentabilité, de tels films ne peuvent pas être calculés intégralement avec une technique de lancer de rayons. Pourtant, certaines scènes nécessitant un réalisme accru sont effectivement calculées avec cette méthode.

1.5.3 Interactivité et lancer de rayons

Utilisant une autre forme d'accélération matérielle, I. Wald propose un algorithme de lancer de rayons interactif [WSBW01] qui fonctionne sur des machines dites de *bas de gamme*. Entendons par là que ce ne sont pas de super-calculateurs très coûteux, mais l'ordinateur de *monsieur tout le monde*. Son argumentation est fondée sur le fait que le lancer de rayons a une complexité logarithmique en fonction du nombre de polygones alors que des solutions matérielles telles qu'OpenGL[®] ont une complexité linéaire. De ce fait, quand le nombre de polygones devient vraiment élevé (le croisement se fait aux alentours de 800 000 polygones), un logiciel de lancer de rayons très optimisé est plus performant qu'une solution purement matérielle. De plus, il est tout à fait possible de faire travailler en parallèle un nombre élevé de processeurs, dans une même unité ou bien en réseau. Ceci a pour effet de faire baisser le nombre de polygone à partir duquel le lancer de rayons est plus efficace qu'une solution matérielle.

Cette mise en œuvre du lancer de rayons s'avère, en effet, être très performante et permet, avec 8 processeurs, d'obtenir un taux moyen de 15 images par seconde. Cependant il se heurte à de nombreuses contraintes. La première est que seul les rayons primaires sont lancés et bien sûr, si les ombres doivent être prises en compte, les performances chutent. Ensuite se présentent des contraintes liées au matériel : la mise en œuvre utilise des instructions propres aux processeurs Intel[®] Pentium[®] et demandent un effort de codage extrêmement important. Toute modification de l'algorithme nécessite une remise en cause de la façon dont il est codé et il semble donc hors de question, ici, de parler de portabilité.

Chapitre 2

Outils pour les vecteurs d'éclairage indirect

Nos travaux trouvent leurs fondements théoriques dans deux chapitres des mathématiques statistiques : les méthodes de Monte Carlo, présentées dans la section suivante, mais également certaines techniques d'analyse séquentielle, exposées à la section 2.2. Ce chapitre est un rappel des principes que nous avons utilisés dans notre travail de recherche.

En ce qui concerne les techniques de Monte Carlo, les démonstrations des principes exposés ainsi que des explications plus détaillées peuvent être trouvées dans [HH64]. Des références intéressantes sur leurs applications au domaine de la synthèse d'images et plus particulièrement au lancer de rayons, sont la thèse de E. Lafortune [Laf96] et les notes de P. Shirley [Shi96].

La bibliographie sur l'analyse séquentielle semble, à notre connaissance, plus restreinte et la référence reste l'ouvrage original (et difficile à se procurer) de Abraham Wald [Wal47]. Quelques évolutions peuvent être trouvées dans un ouvrage plus récent de Z. Govindarajulu [Gov87].

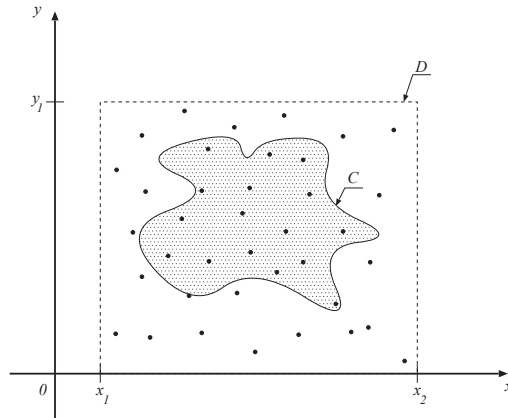


Figure 2.1 – Calcul d'une surface inconnue par une méthode de Monte Carlo. Le rapport entre la surface du domaine D et la surface inconnue couverte par C est le même que celui entre le nombre total de points sur D et le nombre de points uniquement sur la surface, ces points étant tirés au hasard de manière uniforme.

2.1 Méthodes de Monte Carlo

Les tous débuts de ces méthodes remontent au dix-neuvième siècle, mais c'est pendant la seconde guerre mondiale que les progrès réalisés furent les plus marquants. Ces méthodes étaient alors utilisées pour des travaux sur l'élaboration de la bombe atomique par von Neumann. Ensuite, elles furent largement utilisées et leur domaine d'application concerne de nombreux problèmes mathématiques.

D'une manière générale, les méthodes de Monte Carlo sont employées pour la résolution numérique de problèmes probabilistes ou déterministes. Dans le cas de la synthèse d'images, ces méthodes sont utilisées pour évaluer des intégrales de fonctions.

2.1.1 Principe de base

Prenons l'exemple de la figure 2.1. Pour calculer la surface couverte par la courbe C dont nous ne connaissons rien si ce n'est cette représentation, nous pouvons appliquer le principe simple suivant : la surface recherchée est une fraction d'un domaine D englobant C .

Pour trouver cette fraction, nous tirons au hasard, mais de manière uniforme, des échantillons dans le domaine D . La proportion d'échantillons englobés par la courbe est représentative de la surface couverte par cette dernière. Ceci s'applique de la même ma-

nière à des fonctions dont il est en général impossible de calculer l'intégrale de manière analytique.

Pour formaliser cela, considérons la fonction $f(x)$ dont on désire calculer l'intégrale I sur le domaine $[0, 1]$ (pour continuer le parallèle avec la figure 2.1, disons que $x_1 = 0$ et $x_2 = 1$). Nous faisons l'hypothèse que, sur ce domaine, la fonction est englobée dans le rectangle $D : \forall x \in [0, 1], f(x) \leq y_1$ et que l'intégrale de cette fonction existe. Nous avons donc :

$$I = \int_0^1 f(x)dx. \quad (2-1)$$

En choisissant un nombre aléatoire uniforme ξ , sur $[0, 1]$ un estimateur primaire de cette intégrale s'écrit :

$$\langle I \rangle_p = f(\xi). \quad (2-2)$$

Pour une valeur spécifique de ξ , cette intégrale est égale à la surface couverte par le rectangle au-dessous de $f(\xi)$. Cet estimateur est dit non biaisé du fait que son espérance est égale à la valeur réelle de l'intégrale :

$$E(\langle I \rangle_p) = \int_0^1 f(x)dx = I. \quad (2-3)$$

La précision du résultat peut être évaluée grâce à la variance $V(\langle I \rangle_p)$ de cet estimateur :

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= \int_0^1 [f(x) - I]^2 dx \\ &= \int_0^1 f^2(x) dx - I^2. \end{aligned} \quad (2-4)$$

Cette variance est inutile en soit puisque il n'est pas possible de calculer les intégrales la définissant. Par contre, elle peut servir de base théorique pour une comparaison entre différentes optimisations pour les méthodes de Monte Carlo. Si nous nous contentons de prendre un unique échantillon, la variance a une valeur très élevée. Pour tenter de réduire cette valeur, il est possible de tirer plusieurs échantillons, disons N . Une valeur

approchée de l'intégrale recherchée peut alors s'écrire :

$$\langle I \rangle_s = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(\xi_i). \quad (2-5)$$

$\langle I \rangle_s$ est appelé un estimateur secondaire de l'intégrale et sa variance s'écrit :

$$\begin{aligned} \sigma_s^2 &= \frac{1}{N} \int_0^1 f^2(x) dx - \frac{1}{N} I^2 \\ &= \frac{\sigma_p^2}{N}. \end{aligned} \quad (2-6)$$

Nous pouvons remarquer, à ce stade, que cet estimateur secondaire est à son tour non biaisé. Il est égal à la moyenne d'estimateurs primaires non biaisés et donc son espérance s'exprime comme :

$$\begin{aligned} E(\langle I \rangle_s) &= \int_0^1 \cdots \int_0^1 \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i) dx_1 \cdots dx_N \\ &= I. \end{aligned} \quad (2-7)$$

L'équation 2-6 révèle un résultat important : l'écart type de cet estimateur secondaire est proportionnel à $\frac{1}{\sqrt{N}}$. Pour réduire sa valeur d'un facteur 4 il faut donc se donner 16 fois plus d'échantillons. Ceci s'avère être un prix fort élevé à payer et voilà pourquoi les efforts ont en général porté sur la réduction de la variance de l'estimateur primaire. Les quelques techniques exposées ci-dessous ont été proposées dans ce sens.

2.1.2 Stratification

Les fonctions étudiées ne sont en général pas monotones et leurs variations peuvent s'avérer être un obstacle à la convergence de la méthode. Le fait d'avoir un grand nombre d'échantillons, n'est pas toujours une solution acceptable en terme d'efficacité, comme nous avons pu le voir dans la section précédente.

Le principe de la stratification est de diviser le domaine d'intégration en N zones plus petites S_i (les strates), sur chacune desquelles l'erreur commise devrait être moins im-

portante. L'équation exprimant la valeur de l'intégrale recherchée s'écrit alors :

$$\begin{aligned} I &= \sum_{i=1}^N \int_{S_i} f(x) dx \\ &= \sum_{i=1}^N I_i. \end{aligned} \quad (2-8)$$

Si les échantillons sont choisis dans les mêmes conditions que précédemment, c'est à dire de manière aléatoire et uniforme, l'estimateur primaire pour les I_i s'écrit $\frac{f(\xi_i)}{N}$. L'estimateur équivalent pour l'ensemble du domaine est la somme des estimateurs primaires de chaque strate et nous retrouvons la même expression que pour l'estimateur secondaire :

$$\langle I \rangle_{St} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(\xi_i). \quad (2-9)$$

Cependant, l'expression de la variance de cet estimateur diffère sensiblement, puisqu'elle est égale à la somme des variances des estimateurs de chaque strate :

$$\begin{aligned} \sigma_{St}^2 &= \sum_{i=1}^N \left[\int_{S_i} \left[\frac{f(x_i)}{N} \right]^2 N dx_i - I_i^2 \right] \\ &= \frac{1}{N} \int_0^1 f^2(x) dx - \sum_{i=1}^N I_i^2. \end{aligned} \quad (2-10)$$

Nous pouvons alors remarquer que, grâce au dernier terme qui est toujours supérieur ou égal au dernier terme de l'équation 2-6, la variance obtenue par stratification du domaine est toujours inférieure ou égale à celle obtenue à l'aide d'un estimateur secondaire utilisant le même nombre d'échantillons. De plus, les observations montrent, qu'en général, l'efficacité d'une approche stratifiée augmente en proportion du carré du nombre de strates utilisées.

En général, les strates utilisées divisent uniformément le domaine mais ceci n'est pas une obligation. Rien n'empêche d'adapter la taille des strates aux variations locales de la fonction, pour peu que l'on dispose de ces informations ! En fait, un choix raisonné pour la taille de chaque strate est de faire en sorte que la fonction varie sensiblement

de la même manière au sein de chacune. Ceci permet alors de réduire d'avantage la variance de chaque strate et améliore la convergence de la méthode.

2.1.3 Échantillonnage d'importance

Le but de l'échantillonnage d'importance est de concentrer les efforts sur les parties de la fonction étudiée qui présentent une certaine *importance*. Il est possible de parvenir à ce résultat en ne distribuant plus les échantillons de manière uniforme, mais en les *guidant*. Le guide, dans ce cas, prend la forme d'une fonction, dite fonction de densité de probabilité.

L'intégrale s'écrit alors :

$$\begin{aligned} I &= \int_0^1 \frac{f(x)}{g(x)} g(x) dx \\ &= \int_0^1 \frac{f(x)}{g(x)} dG(x) \end{aligned} \quad (2-11)$$

avec

$$G(x) = \int_0^x g(y) dy. \quad (2-12)$$

Si nous nous limitons à des fonctions g prenant des valeurs uniquement positives, nous avons :

$$G(1) = \int_0^1 g(y) dy = 1 \quad (2-13)$$

et $G(x)$ prend le nom de fonction de distribution sur $[0, 1]$.

Pour une variable aléatoire ξ échantillonnée sur $[0, 1]$ en fonction de $g(x)$, un estimateur primaire s'écrit :

$$\langle I \rangle_{Im} = \frac{f(\xi)}{g(\xi)}. \quad (2-14)$$

La variance de cet estimateur, pour une variable aléatoire suivant la loi G , est alors égale à :

$$\sigma_I^2 = \int_0^1 \left(\frac{f(x)}{g(x)} - I \right)^2 dG(x). \quad (2-15)$$

Si l'on s'en tient à cette définition, le résultat est faussé par le fait que la fonction de distribution n'est plus uniforme. Ceci est compensé en prenant comme estimateur non plus $f(x)$, mais $\frac{f(x)}{g(x)}$.

La fonction g idéale serait proportionnelle à f , mais en général cette dernière fonction n'est pas connue précisément. Il semble donc difficile de trouver une fonction qui lui soit parfaitement proportionnelle. Mais pour échantillonner la fonction $\frac{f(x)}{g(x)}$, nous devons connaître g . Sa valeur est théoriquement égale à $\frac{f(x)}{I}$. Il faut donc connaître I et c'est précisément ce que nous recherchons ! Nous allons donc choisir une fonction g qui sera, du moins nous l'espérons, semblable à f pour que le rapport $\frac{f(x)}{g(x)}$ varie peu. De plus, nous choisirons une fonction que l'on pourra intégrer analytiquement.

2.2 Principes de l'analyse séquentielle

L'*analyse séquentielle* est un ensemble de méthodes statistiques dont une des principales particularités est que le nombre d'observations nécessaires à l'obtention d'un résultat n'est pas fixé à l'avance. De ce fait, la décision qui mettra fin à l'expérience dépend, à chaque étape, des observations effectuées à toutes les étapes précédentes. De cette manière, cette méthode incrémentale nécessite, en moyenne, moins d'observations que des méthodes équivalentes pour pouvoir arriver à un résultat. La technique exposée ici, le *test séquentiel du rapport de vraisemblance* (TSRV par la suite), est une branche particulière de l'analyse séquentielle qui a été développée et formalisée par A. Wald [Wal47]. Ce test, si nous le comparons aux meilleures méthodes basées sur un nombre d'échantillons constant, peut économiser jusqu'à 50 % d'observations pour parvenir à vérifier une hypothèse.

2.2.1 Test séquentiel du rapport de vraisemblance

Dans son ouvrage, A. Wald présentait ce test comme «*le test séquentiel du rapport de vraisemblance pour tester une simple hypothèse H_0 contre une unique alternative H_1* ».

En développant, cela peut s'exprimer comme suit : soit une population donnée P , dont nous savons qu'elle ne comporte que deux types distincts d'individus T_0 et T_1 ; nous appelons p le pourcentage, inconnu, d'individus du type T_1 et notre objectif est de savoir si la population est plutôt de ce type ou du type T_0 . Pour cela, nous choisissons deux probabilités significatives p_0 et p_1 , telles que $0 < p_0 < p_1 < 1$ et qui nous permettent de trancher sur la nature de la population : elle sera de type T_0 si $p = p_0$ et de type T_1 si $p = p_1$. Nous appelons H_0 l'hypothèse que $p = p_0$ et H_1 l'hypothèse que $p = p_1$.

Soit x un individu tiré au hasard dans la population. Nous notons $f(x, p)$ la fonction décrivant sa probabilité d'apparition au sein de P . $f(x, p_0)$ représente donc cette probabilité quand H_0 est vraie et $f(x, p_1)$ quand H_1 est vraie.

Dans le cas où les tirages $x_1, \dots, x_m (m \in N^+)$ sont indépendants, la probabilité qu'un échantillon (x_1, \dots, x_m) soit choisi au hasard est donc égale à :

$$p_{0m} = f(x_1, p_0) \cdots f(x_m, p_0) \quad (2-16)$$

quand H_0 est vraie et à :

$$p_{1m} = f(x_1, p_1) \cdots f(x_m, p_1) \quad (2-17)$$

quand H_1 est vraie.

Le TSRV est alors défini comme ceci (A et B étant deux constantes positives telles que $B < A$) :

- si $\frac{p_{1m}}{p_{0m}} \geq A$, le test se termine par rejet de l'hypothèse H_0 (et donc acceptation de l'hypothèse H_1) ; la population est de type T_1 ,
- si $\frac{p_{1m}}{p_{0m}} \leq B$, le test se termine par acceptation de l'hypothèse H_0 ; la population est de type T_0 ,
- sinon, le test continue en effectuant un nouveau tirage.

Le principe est donc de réévaluer à chaque fois le rapport $\frac{p_{1m}}{p_{0m}}$ puis de faire les comparaisons avec les constantes A et B . Wald a démontré dans son ouvrage que, pour les risques α et β présentés dans le paragraphe suivant, la probabilité que le test se termine est de 1.

Dans le cas où les tirages ne sont pas indépendants, c'est à dire que la valeur d'un échantillon dépend de la valeur des échantillons précédents, les principales différences surgissent dans les fonctions de probabilité d'apparition de ces échantillons $f(x_m, p_0)$ et $f(x_m, p_1)$.

Les équations 2-16 et 2-17 s'écrivent alors :

$$p_{0m} = f\left(x_1, \frac{D_0}{N}\right) f\left(x_2, \frac{D_0 - d_1}{N-1}\right) \cdots f\left(x_m, \frac{D_0 - d_{m-1}}{N-m+1}\right) \quad (2-18)$$

et

$$p_{1m} = f\left(x_1, \frac{D_1}{N}\right) f\left(x_2, \frac{D_1 - d_1}{N-1}\right) \cdots f\left(x_m, \frac{D_1 - d_{m-1}}{N-m+1}\right) \quad (2-19)$$

où N représente le nombre total d'individus présents et, D_0 et D_1 les nombres, en fonction de chaque hypothèse, d'individus possédant telle ou telle caractéristique (cette caractéristique dépend de la nature du test que l'on tente d'établir : recherche de défauts de fabrication, recherche de zones non homogènes, ...) Le reste du test est identique et les valeurs A et B n'ont besoin de subir aucune modification. Les deux inégalités $\frac{p_{1m}}{p_{0m}} \geq A$ et $\frac{p_{1m}}{p_{0m}} \leq B$, restent valides malgré la dépendance des observations. Pour plus de détail sur ce point, le lecteur est invité à se reporter à l'ouvrage de A. Wald [Wal47] pages 43 et 44.

2.2.2 Notion de risques

Les deux constantes A et B ne sont pas choisies au hasard. Elles sont liées aux hypothèses H_0 et H_1 , plus précisément aux risques α et β que l'on est prêt à associer à ces hypothèses.

En effet, nous tentons de déterminer la nature d'une population à partir de simples observations. En ce sens, nous devons être conscients que nous pouvons commettre une erreur d'appréciation.

Dans le cas du TSRV, les limites que nous nous fixons vis-à-vis de cette erreur sont représentées par α et β . La probabilité de rejeter H_0 bien que cette hypothèse est vraie est représentée par α et β correspond à la probabilité d'accepter H_0 alors que H_1 est vraie. Il est important de noter le caractère dissymétrique des conditions auxquelles sont associées ces deux probabilités. De ce fait, il est possible de favoriser tel ou tel comportement en modifiant les probabilités α et/ou β . Ceci permet, selon le contexte, de choisir la solution la moins coûteuse.

Wald a montré que si l'on désire que le test se termine avec ces risques, les grandeurs A , B , α et β doivent être liées par les relations suivantes :

$$A = \frac{1 - \beta}{\alpha} \text{ et } B = \frac{\beta}{1 - \alpha}. \quad (2-20)$$

Il est important de noter l'influence des risques sur le comportement du test. Grâce à eux, il est possible de favoriser telle ou telle hypothèse en fonction de son coût. Ce coût peut être monétaire comme dans les exemples que donnait Wald, mais il peut aussi s'exprimer en terme de temps de calculs pour le domaine de la synthèse d'images. Il semble alors logique de relâcher les contraintes, par exemple sur l'hypothèse H_0 , si cette dernière permet, à terme, de gagner du temps. De plus, ce n'est pas parce que le test se termine à cause d'un risque trop élevé que le résultat est forcément erroné.

Chapitre 3

Vecteurs d'éclairement indirect

Ce chapitre donne tout d'abord le principe des vecteurs d'éclairement indirect (VEI par la suite). Nous ferons ensuite une critique de la méthode telle qu'elle a été présentée dans [Zan98] de manière à mettre en évidence les points que nous avons étudiés et améliorés.

3.1 Calcul des VEI

Comme nous l'avons vu à la section 1.3, page 28, prendre en compte l'éclairement global dans le cadre d'une image de synthèse nécessite en général de nombreux calculs, ceci quelle que soit la famille de méthode utilisée (lancer de rayons ou radio-sité).

Il semble tout de même en ressortir que l'utilisation de méthodes de Monte Carlo est un passage quasi incontournable dans ce domaine. Malgré une approche extrêmement simpliste (cf. section 2.1, page 40), les résultats obtenus sont convaincants. Le principal défaut, qui a déjà été évoqué et qui le sera encore, est bien entendu le temps nécessaire à la détermination des valeurs correctes de cette fonction. Une connaissance *a priori* de certaines de ses caractéristiques serait un atout non négligeable dans la résolution du problème.

Pour cela, nous pouvons prendre en compte l'hypothèse émise dans [WRC88] qui veut que « *l'éclairement indirect varie lentement* ». Ces calculs si coûteux pourraient donc ne pas être faits en tout point de l'image et il doit être possible de réutiliser ce qui a déjà été fait sans commettre d'erreur trop importante.

Voici donc l'idée ayant donné lieu à la naissance des VEI . Nous pouvons remarquer les similitudes entre l'idée exposée dans [WRC88] et celle des VEI. Ceci est volontaire puisque cette publication est à la base du développement des VEI. Cependant, le modèle présenté ici utilise effectivement une représentation vectorielle et ne se limite pas à des BRDF diffuses. A présent, nous allons détailler comment il est possible de réduire le nombre de calculs et quels sont les résultats qui en découlent.

3.1.1 Méthode de calcul

L'utilisation des VEI pour calculer l'éclairement indirect d'une scène peut se décomposer de la manière suivante :

- lors d'une phase préliminaire, créer un certain nombre de VEI sur l'image (le germe) pour initialiser l'éventuelle interpolation ;
- pendant le calcul de l'image, tenter de calculer l'éclairement indirect en interpolant les valeurs connues et, si cela n'est pas possible, l'évaluer effectivement, de la même manière que cela a été fait lors de la première phase.

3.1.1.1 Calcul de chaque VEI

Le principe est, en un point de la scène, d'échantillonner l'éclairement indirect incident. Le schéma de la figure 3.1 donne une représentation graphique de la méthode. Depuis un point x visible de la scène (déterminé à l'aide d'un rayon primaire), plusieurs rayons sont lancés, supportés par les cellules d'un hémisphère échantillonné à angle solide constant. Ces derniers permettent de déterminer une valeur moyenne de l'éclairement indirect parvenant en ce point. Pour que ces données ne soient pas trop volumineuses tout en gardant un sens et que l'on puisse s'en servir lors de l'interpolation, elles sont remplacées par une source de lumière virtuelle (une direction \vec{D} et un éclairement P).

De manière plus formelle, il s'agit de résoudre, en partie, l'équation 1-14, dite équation de rendu.

Pour rappel, cette équation, exprimée en terme de luminance, s'écrit :

$$L_r(x, \vec{\omega}_r) = L_e(x, \vec{\omega}_r) + \int_{\Omega} \rho(x, \vec{\omega}_i \rightarrow \vec{\omega}_r) L_i(x, \vec{\omega}_i) \cos\theta_i d\omega_i \quad (3-1)$$

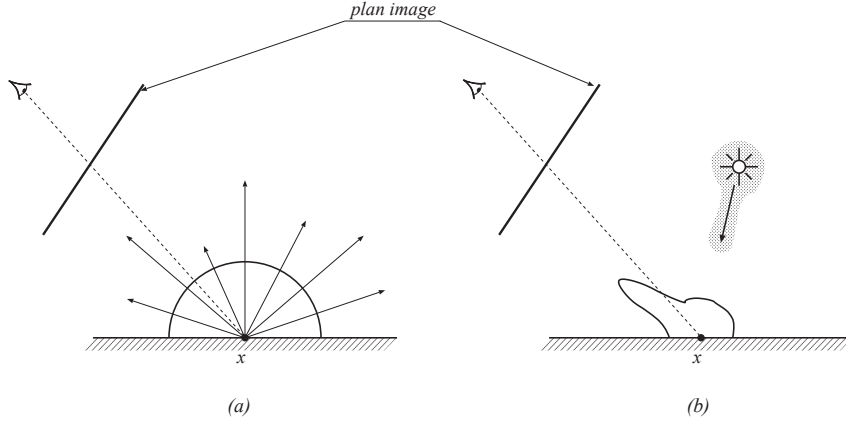


Figure 3.1 – Cette figure présente les deux phases de calcul d'un VEI . Tout d'abord (a), récolter l'éclairement incident en x , puis (b), en fonction de la BRDF locale, en déduire les valeurs P et \vec{D} de la source de lumière virtuelle.

Si nous la décomposons dans le but de faire apparaître les différents types d'éclairement, nous obtenons :

$$L_r(x, \vec{\omega}_r) = L_e(x, \vec{\omega}_r) + L_{dir}(x, \vec{\omega}_r) + L_{spec}(x, \vec{\omega}_r) + L_{ind}(x, \vec{\omega}_r) \quad (3-2)$$

où $L_{dir}(x, \vec{\omega}_r)$ est la composante directe de l'éclairement, $L_{spec}(x, \vec{\omega}_r)$ correspond au pic spéculaire et $L_{ind}(x, \vec{\omega}_r)$ à la composante indirecte, celle qui nous intéresse.

Une approximation de la partie correspondant à l'éclairement indirect peut être déduite de la version discrétisée de l'équation 1-14 et s'écrire sous la forme suivante :

$$L_{ind}(x, \vec{\omega}_r) \approx \frac{2\pi}{MN} \sum_{j=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{N-1} \rho_d(x, \vec{\omega}_{j,k} \rightarrow \vec{\omega}_r) L_i(x, \theta_j, \phi_k) \cos \theta_j \quad (3-3)$$

où M et N correspondent au nombre de découpages, à angle solide constant, d'un hémisphère centré en x , selon les angles azimutal et zénithal respectivement. Dans l'équation 3-3, ρ_d représente la partie non purement spéculaire de la BRDF.

Chaque rayon lancé dans sa cellule, donnera ainsi des informations sur l'énergie incidente en x selon la direction (θ_i, ϕ_k) ayant subi au moins une réflexion sur une surface diffuse.

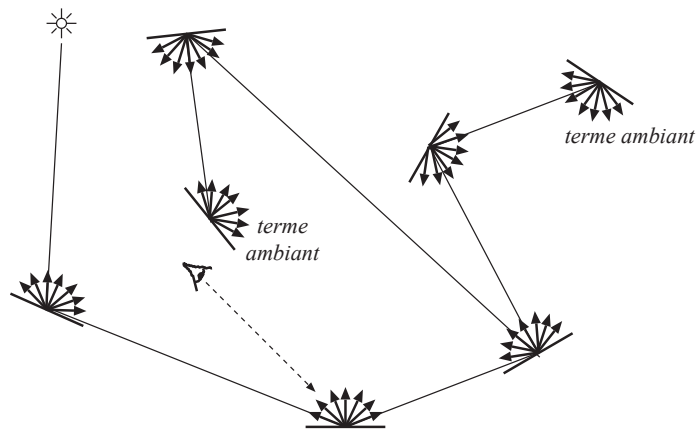


Figure 3.2 – Il est possible de calculer les VEI de manière récursive, mais les temps de calcul croissent alors de manière exponentielle. La méthode prévoit donc de limiter arbitrairement la profondeur de récursion.

La méthode ne fait aucune hypothèse sur le nombre maximal de réflexions nécessaires. Une fois une surface diffuse rencontrée (intersectée par un rayon issu du VEI), il est tout à fait possible de poursuivre le processus de manière récursive. Théoriquement, cela prend fin dès qu'un rayon entre en contact avec une source de lumière, ou bien quand l'énergie récoltée devient nulle de par les absorptions successives dues aux matériaux rencontrés (voir la figure 3.2). Toutefois, rencontrer une source de lumière est fort improbable – de par leur taille qui est généralement faible – et poursuivre jusqu'à ce que l'énergie soit entièrement absorbée demande beaucoup de calculs et le temps de génération d'un seul VEI devient rapidement prohibitif. Pour éviter cela, l'utilisateur fixe deux grandeurs : une profondeur maximale de récursion au delà de laquelle l'éclairage indirect est remplacé par un terme ambiant également arbitraire et une quantité d'énergie minimale à récolter par un rayon. Si la valeur de cette dernière tombe en dessous de ce seuil, la méthode considère qu'il n'est pas nécessaire de poursuivre plus avant et le terme ambiant fait sa réapparition.

Une fois les informations énergétiques récoltées pour l'ensemble des cellules, il est possible de déduire une luminance moyenne P_0 de l'éclairage émis par le point x . Cette information va, à son tour, permettre de déduire l'éclairage P et la direction \vec{D} d'une source virtuelle, qui après passage dans la BRDF locale au point x , produira un éclairage P_0 . Les deux grandeurs P et \vec{D} forment le VEI comme décrit dans

l'équation 3-4.

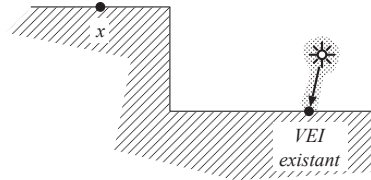
$$L_r(x, \vec{\omega}_r) = Pf_r(x, \vec{D} \rightarrow \vec{\omega}_r) \quad (3-4)$$

Ceci est donc cohérent : pour un point de vue donné, la source virtuelle de composantes P et \vec{D} donne le même éclaircissement que celui obtenu par échantillonnage exhaustif de l'hémisphère centré en x puis passage dans la BRDF .

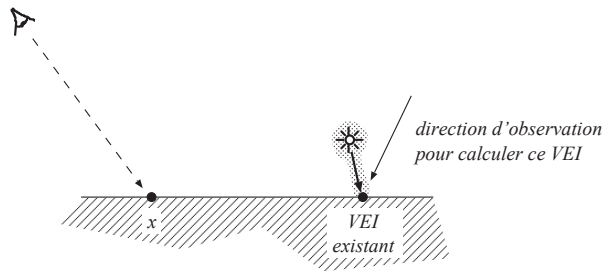
3.1.1.2 Interpolation des VEI

Au cours du calcul complet de l'image, le travail effectué a pour but de donner une solution à l'équation 1-14, équation de rendu. Il faut donc calculer la valeur des termes $L_{dir}(x, \vec{\omega}_r)$, $L_{spec}(x, \vec{\omega}_r)$ et $L_{ind}(x, \vec{\omega}_r)$. Les deux premiers sont directement calculables par un algorithme de lancer de rayons classique. Pour le dernier, le principe est de s'aider des VEI. En chaque point visible de la scène (ceci se passe donc dans l'espace objet) une recherche est faite dans un voisinage proche dont la taille est fixée arbitrairement. Les éventuels VEI trouvés dans cette zone sont triés en fonction de différents critères :

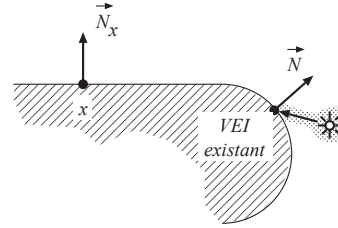
1. La position relative du point x et du VEI en considérant les objets sur lesquels ils se trouvent. Le VEI ne doit pas être trop *au-dessus* ou *au-dessous* du point x .



2. La direction d'observation pour laquelle le VEI a été calculé et la direction d'observation permettant de voir le point x . Ces deux directions doivent être *proches*.



3. L'orientation relative des surfaces des objets en x et au point où le VEI a été calculé. Il ne doit pas y avoir un angle trop important entre ces deux surfaces.



A ces critères purement géométriques, se greffent d'autres moyens de sélection basés sur des critères statistiques. La variance de l'éclairement représenté par chaque VEI est prise en compte, ainsi que le gradient d'éclairement dans le voisinage du point considéré. Ces deux dernières notions permettent de détecter des singularités dans la fonction même d'éclairement indirect. Une variance inter-VEI élevée met en évidence une zone de la scène où l'éclairement est fortement perturbé alors qu'un fort gradient permet de se rendre compte que la façon dont l'éclairement varie est modifiée. Dans les deux cas, il semble nécessaire de raffiner localement la représentation que nous avons de cette fonction d'éclairement indirect en calculant un nouveau VEI.

Tout ceci réuni, permet de savoir, pour chaque VEI dans la zone de recherche, s'il est valide ou non pour participer à l'interpolation — les VEI non valides sont éliminés.

Une fois ce tri effectué, deux cas peuvent se présenter. Dans le premier, le plus favorable, le nombre de VEI satisfaisant aux critères est suffisant. La valeur du terme $L_{ind}(x, \vec{\omega}_r)$ est donc obtenue par interpolation des valeurs P et \vec{D} de ces derniers. Pour parfaire l'interpolation, chaque VEI est pondéré en fonction de la distance le séparant du point x : plus la distance est faible plus grande sera l'influence du VEI sur le résultat final. Dans le second cas, le nombre de VEI restants est insuffisant (en pratique, il est inférieur à un seuil fixé par l'utilisateur) et il est donc impossible de déterminer une valeur de $L_{ind}(x, \vec{\omega}_r)$ par interpolation. Il est donc nécessaire de procéder à un calcul complet de l'éclairement indirect en x . Celui-ci est fait exactement comme décrit à la section précédente et le nouveau VEI, évalué exactement en ce point, est à son tour stocké pour être réutiliser le cas échéant.

3.1.2 Résultats obtenus

Les résultats obtenus par cette méthode sont très prometteurs : l'utilisation des VEI permet des gains de temps mais également la production d'images moins bruitées que celles obtenues avec les méthodes classiques de Monte Carlo (cf. section 1.3).

Pour avoir une idée de la réduction de temps, nous pouvons examiner les données de la figure 3.3, page 59. Ces deux exemples simples permettent de se rendre compte que les gains de temps sont une réalité, tout en conservant une excellente qualité d'image.

3.2 Révision de la méthode de calcul

Dans son mémoire de thèse, J. Zaninetti proposait des perspectives intéressantes à son travail. Certaines, comme la prise en compte des milieux participants ont été traitées dans [Cha01] et d'autres, comme la prise en compte d'effets psycho-visuels sont en cours et sont partiellement décrites dans [FP00]. Notre travail va donc porter sur deux points particuliers qu'il cite : l'utilisation de méthodes de Monte Carlo plus efficaces et l'amélioration de l'interpolation des VEI.

3.2.1 Calcul de chaque VEI

Le calcul des VEI est basé sur un principe de Monte Carlo très simple : déterminer la quantité d'éclairement qui parvient en un point en échantillonnant un hémisphère centré sur ce point. Le nombre de rayons utilisé pour cela est constant, quelle que soit la scène et quelle que soit la position de calcul des VEI dans la scène. Il semble pourtant sensé de dire que l'échantillonnage d'une fonction se doit d'être adaptatif pour être efficace. Nos buts sont multiples, mais le principal est de gagner du temps. Pour cela, nous allons nous efforcer d'échantillonner chaque hémisphère en fonction de la position de calcul du VEI et plus précisément, en fonction de la distribution de la luminance incidente au point considéré.

Ceci peut être envisagé de plusieurs manières. La première est de privilégier un parcours en profondeur de l'arborescence des rayons partant de l'hémisphère. C'est en réalité ce qui est fait quand les VEI sont calculés de manière récursive comme expliqué ci-dessus. Mais cette possibilité est réellement coûteuse puisque, de par sa définition, chaque VEI donne naissance à autant de VEI qu'il a de rayons nécessaires à son propre

calcul. Le temps nécessaire à l'évaluation de la luminance incidente en un point croît de façon exponentielle et en pratique, il n'est pas possible de dépasser deux niveaux de calcul. Cette approche est pourtant nécessaire. Ceci est dû au fait que les sources de lumière qui participent à l'éclairement indirect ne sont pas toutes visibles depuis l'oeil. De plus, une même source participe plusieurs fois en suivant des chemins différents de longueurs différentes, ce qui crée des sources de lumières secondaires¹ et donc de nouvelles perturbations dans la fonction d'éclairement indirect. La solution que nous proposons d'apporter à ce problème utilise également un parcours en profondeur de l'arbre des rayons à partir de l'hémisphère. Ce dernier est toujours échantillonné de manière uniforme mais, à l'image du path-tracing [Kaj86] la recherche de l'information se fait le long d'un unique chemin. Ceci est exposé à la section 4.1.

La seconde manière adopte une approche différente puisque, cette fois, c'est en largeur que l'arborescence des rayons est détaillée : la division de l'hémisphère ne sera pas uniforme et va dépendre de la répartition de la luminance qui lui est incidente. Les deux méthodes envisagées pour ce cas sont exposées dans les sections 4.2.1 et 4.2.2.

3.2.2 Interpolation des VEI

L'interpolation est une phase extrêmement importante puisque c'est à ce moment-là que l'on va reconstruire l'éclairement indirect qui sera visualisé sur l'image. Un des problèmes soulevés par J. Zaninetti est le caractère empirique des paramètres utilisés pour effectuer cette interpolation. Plusieurs sont nécessaires, ils ne sont pas faciles à interpréter et leur réglage demande beaucoup de temps et d'expérience. De plus, ils sont figés pour la totalité de l'image. Nous pensons qu'il serait judicieux de tirer parti des VEI obtenus pendant le calcul du germe pour se faire une idée de la fonction à reconstruire et pour pouvoir y adapter les paramètres de l'interpolation. Ceci est exposé dans la section 5.2.

1. Une source de lumière secondaire est une zone de la scène où l'éclairement direct est suffisamment intense pour que la fraction qui en est réfléchi puisse être considérée elle-même comme une source de lumière. De ce fait, elle peut donner naissance à de nouvelles zones d'ombre.

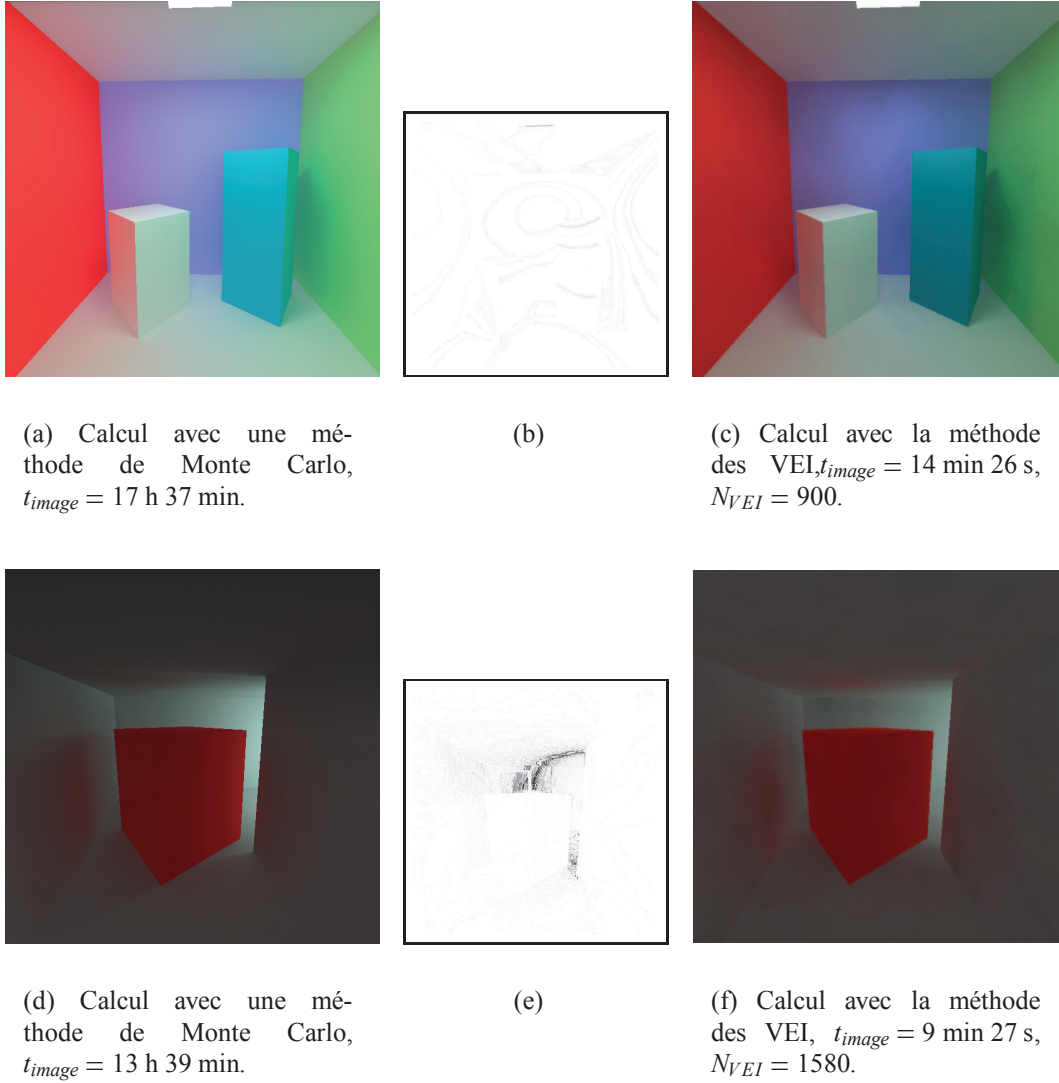


Figure 3.3 – Comparaisons qualitatives et quantitatives entre une méthode de Monte Carlo (1024 rayons par pixel) et la méthode des VEI (1024 rayons par hémisphère). Nous pouvons remarquer qu'il n'y a pas de réelle différence visible entre les images générées par les deux méthodes (les vignettes (b) et (e) représentent la distance perceptuelle entre, respectivement, les images (a) et (c) et (d) et (f)). Pour ces exemples, les images ont une taille de 600×600 pixels.

Chapitre 4

Variations dans l'espace objet

Le présent chapitre, ainsi que le chapitre 5, présentent les différentes voies que nous avons explorées pour tenter d'améliorer le calcul des VEI et, de par cela, le calcul de l'éclairement global dans une image de synthèse.

Les deux approches envisagées sont présentées par ordre chronologique. Ceci dans le but de mettre en avant les différentes motivations qui nous ont conduits à faire les choix auxquels nous sommes arrivés.

Il est important de remarquer que l'ensemble des propositions qui sont faites tentent d'être aussi génériques que possible, compte tenu du contexte dans lequel nous évoluons (cf. annexe D). En ce sens, aucune optimisation n'est faite pour favoriser telle ou telle représentation de scène, telle ou telle BRDF (qu'elle soit analytique ou bien mesurée) et aucun des algorithmes proposés n'utilise d'accélération matérielle.

De plus, nous avons fait le choix de ne pas utiliser de méthodes multi-passes. Nous pensons qu'il est possible d'approcher les résultats obtenus avec de telles méthodes en ne faisant qu'une seule passe de lancer de rayons. Il peut être objecté que le calcul du germe de VEI est effectivement une première passe. Nous pensons qu'il s'apparente plus à ce qui est fait en radiosité standard lors du pré-calcul des échanges énergétiques.

Ce chapitre présente les résultats obtenus alors que chaque VEI est considéré de manière individuelle : nous ne nous sommes intéressés qu'à sa vision propre de la scène et de l'éclairement indirect.

L'utilisation intensive de la méthode originale, nécessaire à sa compréhension, nous a montré que la qualité visuelle d'une l'image est fonction du nombre de rayons utilisés pour calculer chaque VEI. Ceci est valable pour des valeurs comprises entre 32 et 1 024

rayons pour chaque VEI. Au-delà, les différences sont peu perceptibles et surtout, les gains obtenus ne justifient pas le surcoût nécessaire en terme de temps de calcul. Le nombre de VEI dans la scène, ainsi que dans le germe revêt également une importance toute particulière. Ici, contrairement à ce qui a été dit auparavant, il ne suffit pas d'augmenter le nombre de VEI pour avoir une image de meilleure qualité. Il se peut même que le phénomène inverse se produise. N'oublions pas que nous sommes en train de procéder à une évaluation statistique de notre fonction d'éclairement indirect et que l'important dans un tel cas est plus la représentativité des échantillons que leur nombre.

Notre but est donc de trouver l'information la plus pertinente possible et non de se perdre en calculs là où ce n'est pas nécessaire. Pour cela, la première idée a été de rechercher l'information au delà de la première réflexion diffuse. Cette méthode est expliquée dans la section suivante. Une autre approche a été de rechercher l'information différemment en accordant plus de temps aux zones chaotiques. L'hémisphère n'est plus échantillonné régulièrement et les variations de l'éclairement incident sont prises en compte. Deux méthodes ont été envisagées pour résoudre ce problème. Elles sont exposées dans les sections 4.2.1 et 4.2.2.

4.1 Augmenter la quantité d'information

Une scène de référence comme la *Cornell Box* ne permet pas de mettre en évidence l'intégralité des problèmes rencontrés lors d'un calcul d'éclairement global. Par exemple, que se passe-t-il lorsque la scène n'est illuminée qu'avec de l'éclairement indirect ou presque? Deux cas se présentent : soit les sources sont visibles après exactement une réflexion sur une surface diffuse, soit elles ne le sont pas. Dans ces deux cas et de manière encore plus flagrante dans le second, il est nécessaire de poursuivre la recherche d'information en profondeur sous peine de devoir remplacer l'éclairement par un terme ambiant.

4.1.1 Utilisation du suivi de chemins

Comme nous l'avons vu au chapitre 1, de nombreuses solutions ont été apportées à ce problème. La plus simple et la plus ancienne dans le domaine d'application du lancer de rayons est le suivi de chemins. C'est ce que nous allons appliquer au calcul des VEI. La simplicité de la méthode permet de ne pas trop grever les temps de calcul.

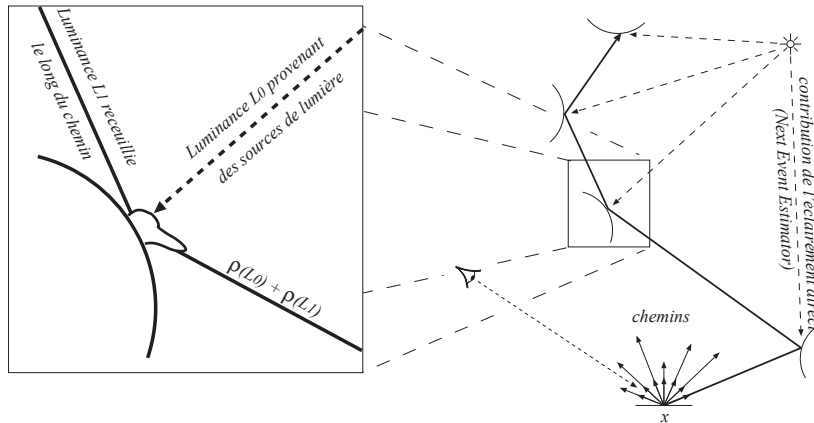


Figure 4.1 – Nous utilisons la technique du *Next Event Estimator* pour accélérer la convergence de la méthode du suivi de chemins. A chaque intersection du chemin avec une surface, un calcul d'éclairage direct est fait pour que la luminance en provenance des sources de lumière s'ajoute à celle déjà collectée sur le chemin (voir section 1.4.2.2).

Il aurait probablement été préférable d'utiliser les résultats de E. Veach au sujet de *Metropolis* (voir [VG97]) mais la mutation de chemins semble un processus coûteux (nous n'avons pas tenté de la mettre en œuvre pour faire des essais).

4.1.1.1 Application du suivi de chemins aux VEI

Le calcul récursif des VEI présenté par J. Zaninetti permet de prendre en compte tout type d'éclairage à tous les niveaux. Les fortes sources de lumière secondaires, ou même d'importance moins élevée, sont échantillonnées avec autant de précision que l'éclairage direct (voir figure 3.2, page 54).

Malheureusement, un tel procédé est rapidement inutilisable, le nombre de calculs s'accroissant de manière exponentielle avec la profondeur de récursion.

La solution envisagée est donc une version du suivi de chemins. Le principe en est le suivant. Considérons le calcul d'un VEI en un point x de la scène. Nous disposons toujours d'un hémisphère centré en x et échantillonné à angle solide constant. Chacune des cellules de cet hémisphère va servir de fenêtre de lancer à un rayon $r_i, i \in [1, N]$, où N représente le nombre total de cellules. Chaque rayon va alors donner naissance à un chemin le long duquel la luminance sera collectée.

Pour améliorer la vitesse de convergence de la méthode, nous utilisons également la technique du *Next Event Estimator* comme exposée sur la figure 4.1.

Ce dernier choix peut se justifier aisément en prenant en compte le fait que, le plus souvent, les matériaux rencontrés ont une BRDF dont la partie diffuse est prédominante (bien entendu, nous ne sommes pas limités à ce type de matériaux). De ce fait, pour un chemin donné et en chacun de ses noeuds, ce n'est qu'une faible partie de la luminance qui est réfléchi. Nous n'employons pas d'algorithme d'échantillonnage d'importance (cf. section 2.1.3) et de ce fait, nous ne guidons pas le chemin vers les zones les plus éclairées de la scène. Ceci a pour conséquence de générer des calculs qui, à terme, ne mènent à rien de par leur faible contribution à la luminosité du pixel. Le *Next Event Estimator* est là pour *tirer vers le haut* les valeurs de luminance sans pour autant biaiser la solution plus que ce qu'elle ne l'est déjà.

Enfin, la longueur des chemins n'est pas fixée mais soumise à la loi de la *roulette Russe* (cf. [Gla95], volume 2, pages 846 à 848). Pour rappel, ce procédé permet de limiter la longueur des chemins en se basant sur l'énergie transportée par chacun. Plus l'énergie est faible, plus le chemin a de chance de se terminer (la particule étant absorbée par le matériau), mais ceci est décidé de façon probabiliste afin de ne pas biaiser la solution.

4.1.1.2 Résultats et discussion

Les résultats doivent être abordés sous deux angles différents.

Si nous comparons notre méthode avec celle des VEI classiques, deux tendances majeures se dégagent. La première concerne les aspects négatifs, parmi lesquels il faut citer l'héritage des problèmes intrinsèques à cette méthode. Ici nous pensons tout particulièrement au bruit haute fréquence présent dans les images calculées avec le suivi de chemins ou ses dérivés comme *Métropolis*. Ce bruit, bien qu'atténué par le fait qu'un VEI est évalué en prenant en compte la moyenne des luminances incidentes, réapparaît au niveau de chaque VEI, créant des singularités dans la fonction d'éclairement indirect (visible par exemple sur le mur de droite des images de la figure 4.4 ou sur le *plafond* de l'image (b) de la figure 4.2). De ce fait, au moment de la reconstruction, les critères mis en place pour interpoler l'éclairement sont plus souvent insatisfaits et il est nécessaire de forcer le calcul de nouveaux VEI un plus grand nombre de fois.

L'autre aspect négatif est bien entendu le temps de calcul. Ce dernier est plus élevé puisque proportionnel au nombre de rayons lancés. De plus, le mécanisme de *roulette*

Russe nécessite de connaître l'atténuation de l'énergie du rayon à chaque rebond. Ceci se conçoit parfaitement dans le cadre d'un algorithme de suivi de chemins classique où le sens de propagation de l'énergie et/ou du potentiel est identique à celui du chemin. Dans notre cas et dans le cas du lancer de rayons en général, l'énergie est *collectée* et non pas *distribuée*. Ceci peut paraître anodin, mais demande un calcul en double de la BRDF : une première fois *à l'aller*, pour la gestion de la *roulette Russe* et une seconde fois *au retour*, pour la gestion de l'énergie collectée le long de ce chemin. Pour réduire les effets de ce double parcours, un mécanisme de pile a été mis en œuvre pour stocker la valeur de la BRDF au moment du suivi de chemins et pouvoir la réutiliser pour le calcul de l'énergie. Les gains apportés, bien qu'existants, ne sont pas réellement significatifs et les résultats obtenus à ce propos n'apparaissent pas ici.

La second tendance revêt un aspect beaucoup plus positif, puisque dans les scènes problématiques telles que *le couloir obstrué* ou *le laboratoire photo*, les ombres dues aux sources de lumière secondaires sont, soit échantillonnées de manière plus fine, soit tout simplement échantillonnées alors qu'elles ne l'étaient pas avec la méthode originale. Nous pouvons voir un exemple de cela sur les images de la figure 4.3 où l'ombre du cube sur le sol est une ombre due à la source secondaire qu'est le mur du fond. Cette ombre n'est pas perceptible sur l'image (a) de la figure 4.7, qui a été calculée avec la méthode classique. De plus, sur toutes les images calculées en utilisant le suivi de chemins, la luminosité globale est rehaussée. Ceci permet de se rendre compte que de nombreux chemins lumineux importants n'étaient pas pris en compte avec la méthode originale qui, de ce fait, apparaît comme biaisée.

Tableau 4.1 – *Comparaison des temps de calcul entre les méthodes de VEI récursifs et de VEI utilisant le suivi de chemins.*

Nom de la scène	Nombre de rayons	Profondeur de récursion	Temps pour la récursion	Longueur moyenne des chemins	Temps pour le suivi de chemins
Escargot	16 × 16	3	65 h 37 min	9,2	9 min 43 s
Couloir obstrué	8 × 16	3	6 h 13 min	6,6	1 h 15 min
Laboratoire photo	8 × 16	3	2 h 50 min	6,5	2 h 48 min

Si, à présent, nous comparons notre méthode avec celle des VEI récursifs, les résultats sont réellement encourageants. D'un point de vue purement quantitatif, l'utilisation du suivi de chemins est hautement bénéfique puisque les temps de calcul sont très

nettement réduits comme nous pouvons le constater en observant le tableau 4.1. Ceci est tout à fait normal, puisque de chaque cellule du VEI original, un unique chemin est parcouru. La progression du nombre de rayons lancés est donc linéaire alors qu'elle est exponentielle si l'on utilise un calcul récursif. De plus, les temps donnés pour la méthode récursive montrent qu'en pratique, elle n'est pas utilisable.

D'un point de vue qualitatif, certaines différences persistent, comme illustré par les images présentées page 68 à 70. Utiliser le suivi de chemins permet de lancer moins de rayons par rapport aux VEI récursifs, mais ne permet pas de récolter les mêmes informations. Le premier aspect négatif, évoqué dans le cadre de la comparaison avec les VEI récursifs, réapparaît ici et tout particulièrement sur la scène de *l'escargot* où l'unique source de lumière est difficilement atteignable par des chemins aléatoires. Sur cet exemple, les multiples chemins suivis à tous les niveaux par la méthode des VEI récursifs aboutissent à une information plus complète que les chemins uniques créés par notre méthode.

Le cas de la scène du *laboratoire photo* présenté sur la figure 4.4 est encore à part. Les deux méthodes donnent des résultats équivalents dont aucun n'est vraiment satisfaisant. Le faible entrebâillement de la porte empêche un grand nombre de chemins d'arriver dans la seconde pièce, qui elle est éclairée. De ce fait, des différences importantes de luminance se créent au sein même des VEI, ce qui met à mal le processus d'interpolation. De nouveaux VEI sont générés, mais sur eux également, le problème apparaît, ce qui ne fait qu'aggraver le phénomène. Ceci est particulièrement visible sur le mur du fond et près de la porte, sous la forme de bruit haute fréquence.

L'utilisation du suivi de chemins pour le calcul des VEI permet tout de même de combler un manque propre à la méthode originale qui est que les informations d'éclairage ne sont pas collectées en profondeur. Même si les temps de calcul sont plus élevés ils restent dans des limites acceptables. En effet nous obtenons des résultats équivalents à la méthode des VEI récursifs dans des temps se rapprochant de ceux de la méthode classique.

Il est donc intéressant de payer ce léger surcoût de temps, puisqu'il permet de faire un pas de plus vers le photoréalisme en prenant en compte un plus grand nombre de composantes de l'éclairage global. Le suivi de chemins permet de récolter l'éclairage indirect à des niveaux inférieurs de l'arbre des rayons et, allié au principe du *Next Event Estimator* nous permet de combler, en partie, une lacune de la méthode originale

qui utilisait un terme ambiant arbitraire pour compenser le manque de luminosité des images (voir la section 3.1.1.1).

Cependant, un mécanisme permettant de guider les chemins vers les zones fortement éclairées serait un plus qui permettrait de résoudre les problèmes rencontrés sur les images des figures 4.2 et 4.4. Cependant, nous avons fait le choix de ne pas utiliser des méthodes telles que celle exposée par H. W. Jensen dans [Jen95] qui nécessite une première phase de lancer de photons.

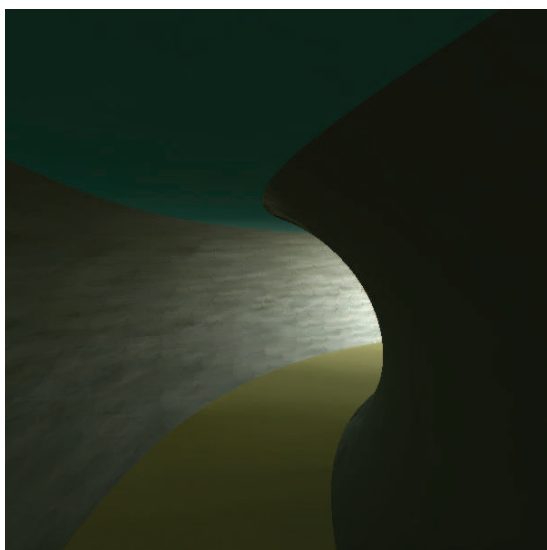
4.1.1.3 Plus d'information ou une meilleure information ?

Lorsque nous calculons des VEI avec la méthode du suivi de chemins, nous pouvons nous poser la question de savoir si l'information récoltée en profondeur va pouvoir remplacer ce qui serait renseigné par la récolte en largeur.

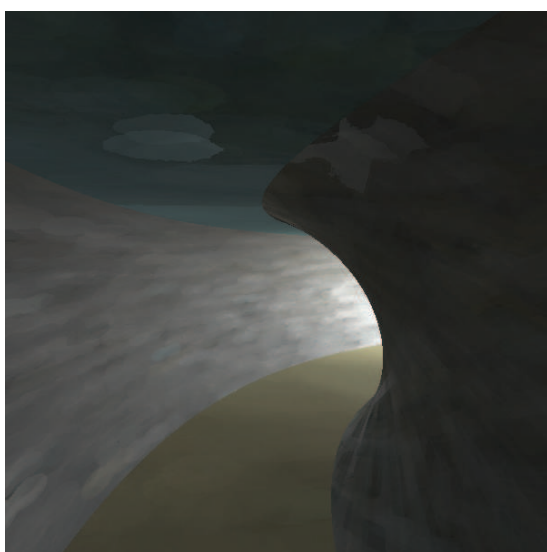
En fait, est-il possible, du fait du suivi de chemins, de réduire le nombre de cellules utilisées lors du calcul d'un VEI ? Ceci permettrait de gagner encore du temps sur le calcul de l'éclairement indirect.

Nous présentons page 71, sur la scène du couloir obstrué, une série d'images comparatives qui montrent les résultats en fonction du nombre de cellules utilisées pour échantillonner l'hémisphère.

Nous pouvons clairement voir que la qualité des images augmente avec le nombre de cellules. Ceci n'est pas vraiment étonnant mais cependant, il semble coûteux de suivre systématiquement de nombreux chemins. C'est dans ce but que nous proposons de ne rechercher l'information que là où elle semble pertinente, en procédant à un découpage adaptatif de l'hémisphère (sections 4.2.1 et 4.2.2).



(a) Calcul récursif des VEI. $N_{VEI} = 4\,620$.

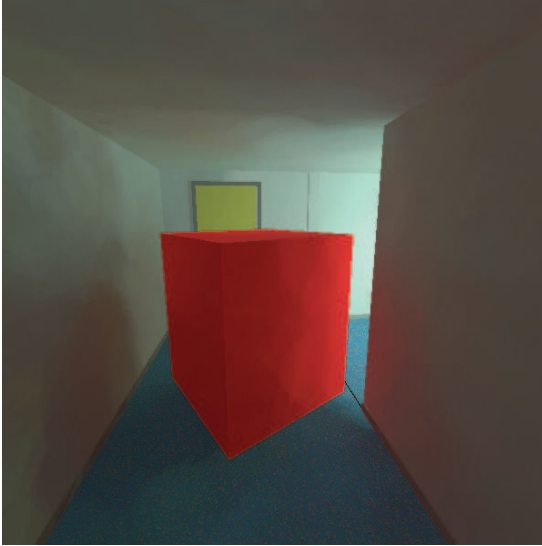


(b) Calcul des VEI par suivi de chemins.
 $N_{VEI} = 4\,368$.

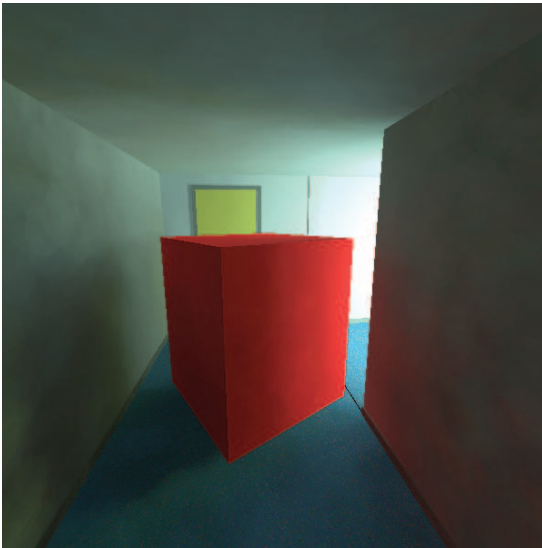


(c) Distance perceptuelle entre les images (a) et (b).

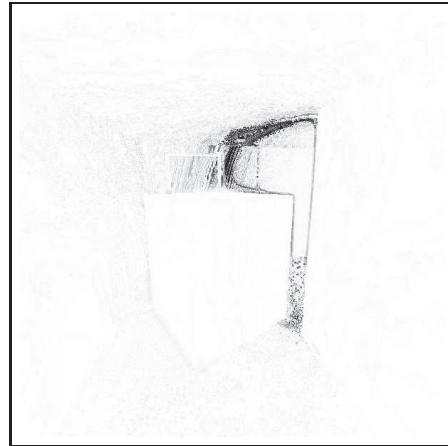
Figure 4.2 – Comparaison pour la scène de l'escargot (une spirale vue de l'intérieur). Les résultats sur cette scène sont de toute évidence les moins bons, mais cependant, la différence de temps est considérable. L'unique source de lumière est placée loin dans la spirale et les parcours aléatoires des chemins ne sont pas suffisants pour l'atteindre à chaque fois. Nous pouvons tout de même constater que le suivi de chemins donne un résultat se rapprochant de celui obtenu par l'utilisation des VEI récursifs. $N_{germe} = 2\,500$, $N_{min} = 3$, $N_{max} = 15$.



(a) Calcul récursif des VEI. $N_{VEI} = 1\,766$.



(b) Calcul des VEI par suivi de chemins.
 $N_{VEI} = 1\,982$



(c) Distance perceptuelle entre les
images (a) et (b).

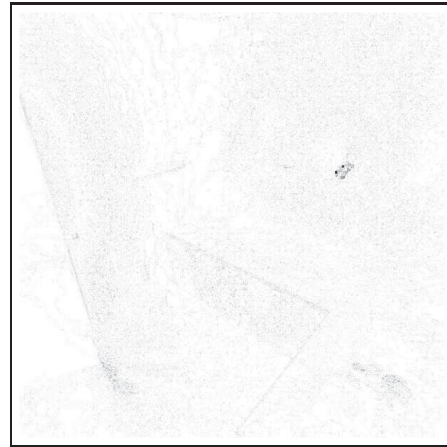
Figure 4.3 – *Comparaison pour la scène du couloir obstrué. Nous pouvons remarquer que sur l'image (c) les contrastes sont plus marqués du fait de l'utilisation du suivi de chemins. $N_{germe} = 8\,100$, $N_{min} = 3$, $N_{max} = 15$.*



(a) Calcul récursif des VEI. $N_{VEI} = 22\,776$.



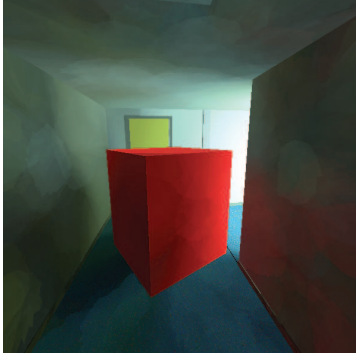
(b) Calcul des VEI par suivi de chemins.
 $N_{VEI} = 13\,930$.



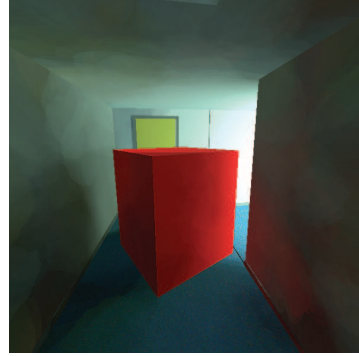
(c) Distance perceptuelle entre les images (a) et (b).

Figure 4.4 – Comparaison pour la scène du laboratoire photo. Sur les deux images le bruit est fortement présent. Ceci est dû au fait que les zones éclairées de la scène ne sont visibles que par l'entrebâillement de la porte. Les variations dans les valeurs de luminances des différents VEI sont très fortes, ce qui empêche le processus d'interpolation de fonctionner correctement. $N_{germe} = 8\,100$, $N_{min} = 3$, $N_{max} = 15$.

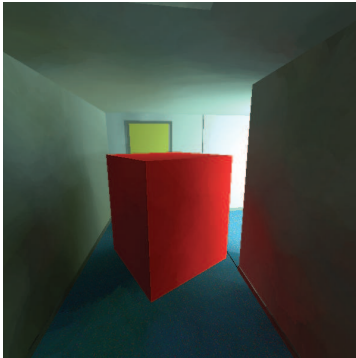
AUGMENTER LA QUANTITÉ D'INFORMATION



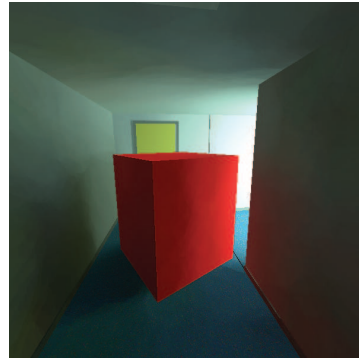
(a) 32 cellules, $t_{image} = 5 \text{ min } 55 \text{ s.}$



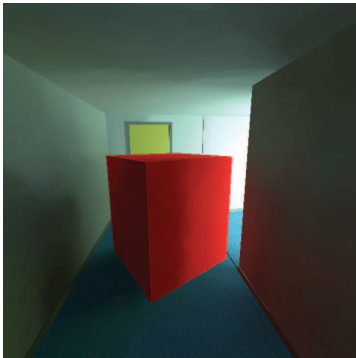
(b) 64 cellules, $t_{image} = 7 \text{ min } 20 \text{ s.}$



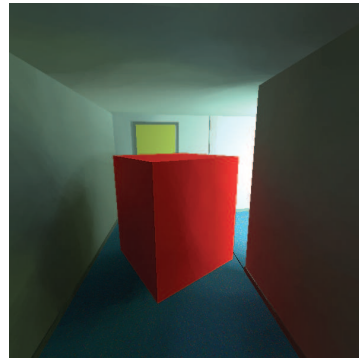
(c) 128 cellules, $t_{image} = 10 \text{ min } 21 \text{ s.}$



(d) 256 cellules, $t_{image} = 15 \text{ min } 33 \text{ s.}$



(e) 512 cellules, $t_{image} = 27 \text{ min } 55 \text{ s.}$



(f) 1024 cellules, $t_{image} = 51 \text{ min } 40 \text{ s.}$

Figure 4.5 – Comparaison pour la scène du couloir obstrué des résultats obtenus en faisant varier le nombre de cellules utilisées pour subdiviser l'hémisphère. $N_{germe} = 6\,400$, $N_{min} = 3$, $N_{max} = 15$.

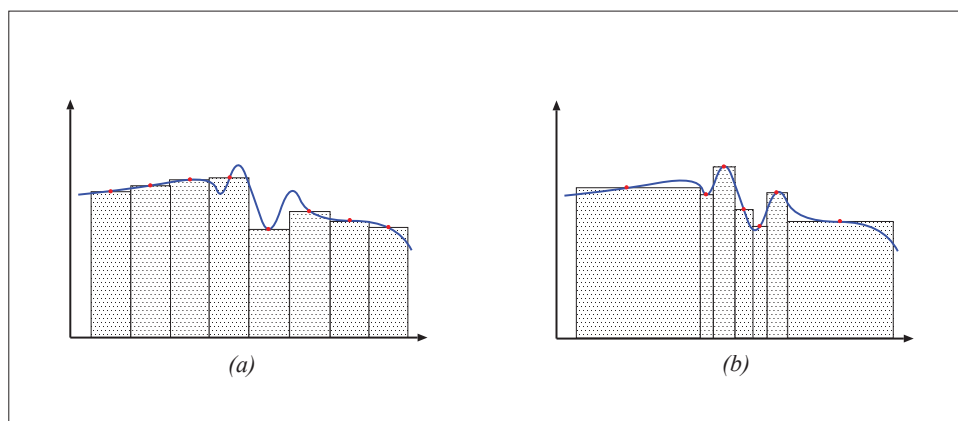


Figure 4.6 – L'échantillonnage d'une fonction dans le cadre d'un calcul d'intégrale par une méthode de Monte Carlo a tout intérêt à être stratifié pour améliorer la convergence de cette dernière. La méthode originale utilise une stratification régulière du domaine (a), alors que la modification que nous proposons permet d'adapter cette stratification aux variations locales de la fonction (b).

4.2 Améliorer la qualité de l'information

La connaissance que nous tentons d'avoir sur la fonction d'éclairage indirect en un point de la scène est acquise au travers d'une méthode statistique connue sous le nom de méthode de Monte Carlo. Celle-ci est largement utilisée en synthèse d'image et a donné lieu à de nombreuses publications. Il en ressort que l'efficacité de cette méthode dépend de sa faculté à converger rapidement (cf. chapitre 2).

Il existe plusieurs moyens d'améliorer la vitesse de convergence d'une méthode de Monte Carlo, mais tous ont pour but de réduire la variance d'un estimateur primaire associé à la fonction étudiée. Un moyen simple et couramment admis ([Gla95, Laf96, Shi96]) est de stratifier le domaine d'intégration. La variance pour chaque zone, pour chaque strate, est inférieure à la variance obtenue pour l'intégralité du domaine. C'est ce qui est fait dans la méthode originale du calcul des VEI, l'hémisphère étant divisé en cellules ayant toutes le même angle solide.

Il est possible d'obtenir de meilleurs résultats en adaptant la taille de ces strates à chaque groupe d'échantillons comme le montre la figure 4.6.

4.2.1 Variance de l'éclairement indirect

Le schéma idéal est de pouvoir stratifier le domaine d'intégration avant d'échantillonner la fonction. Malheureusement, et ceci a déjà été évoqué, ce n'est pas possible dans notre cas : la fonction nous est inconnue.

La stratégie est alors de se baser sur un certain nombre d'observations, généralement faible, pour *se faire une idée* des variations de la fonction étudiée. Grâce à ces observations et certains critères judicieusement choisis, nous pourrions affiner localement le domaine d'intégration. La stratification se fait donc à la volée. L'approche envisagée peut s'apparenter à celles présentées dans [DW94] et [DW95], aux différences près que nous nous intéressons à un parcours de la lumière de type *ray-tracing*, non *light-tracing* et que nous ne construisons pas explicitement de *pdf*, mais nous modifions le maillage initial. De plus, c'est uniquement au point de création du VEI que la modification d'échantillonnage intervient.

En calculant un VEI en un point x de la scène, la division du domaine d'intégration (représenté par l'ensemble des directions (θ, ϕ) de l'hémisphère Ω centré en x) est, comme exposé ci-dessus, soumise à un critère particulier. Dans le cas présent, nous nous intéresserons à l'éclairement qui arrive en x selon les directions (θ, ϕ) de Ω . Nous tentons de diviser Ω en strates dans chacune desquelles la variance de cet éclairement est faible.

4.2.1.1 Réalisation et mise en œuvre

Après avoir en grande partie réécrit l'algorithme de calcul des VEI pour le rendre le plus générique possible, nous avons mis en œuvre un processus très classique : la base du calcul d'un VEI est toujours un hémisphère échantillonné à angle solide constant, mais dans le cas présent, le nombre initial de strates est volontairement faible. Il ne sera augmenté que si cela s'avère nécessaire, c'est à dire uniquement lorsque la variance de l'éclairement indirect sur l'hémisphère est trop élevée.

Nous avons choisi d'utiliser l'algorithme suivant :

Initialisation avec des seuils arbitraires
 seuil VEI \leftarrow seuil arbitraire s_0
 seuil image \leftarrow seuil arbitraire s_0

Phase de traitement d'un VEI
pour toutes les cellules de l'hémisphère **faire**
 lancer un rayon
fin pour

$\sigma_E^2 \leftarrow$ variance sur l'hémisphère
tant que $\sigma_E^2 >$ seuil VEI **faire**
 liste \leftarrow liste des cellules par ordre décroissant d'écart à E_{moy}
 cellule \leftarrow tête de la liste
 faire
 diviser(cellule)
 lancer un rayon dans les trois cellules non renseignées
 $\sigma_E^2 \leftarrow$ variance sur l'hémisphère
 cellule \leftarrow cellule suivante
 tant que $\sigma_E^2 >$ seuil VEI **et** cellule \neq dernière cellule
fin tant que

Adaptation du seuil à l'image, pour le traitement des VEI suivants
si variance $<$ seuil VEI **alors**
 seuil image \leftarrow seuil image $+$ σ_E^2
sinon
 seuil image \leftarrow seuil image $+$ seuil VEI
fin si
 seuil image \leftarrow seuil image / nombre de VEI calculés

Suite et fin du calcul du VEI
 terminer le calcul du VEI en déduisant P et \tilde{D}

Dans un premier temps, le calcul du VEI s'effectue normalement, mais en utilisant un nombre réduit de cellules. De cet ensemble de rayons nous déduisons σ_E^2 , la variance des éclairissements transportés par chaque rayon et E_{moy} , la valeur moyenne de ces éclairissements.

Si σ_E^2 est trop importante (supérieure à un seuil, initialement arbitraire), nous établissons une liste des cellules classée par ordre décroissant d'écart à E_{moy} . Chacune est alors subdivisée en commençant par celle présentant l'écart à la moyenne le plus important et jusqu'à ce que la variance de l'éclairement sur le VEI soit inférieur au seuil.

En pratique, il existe une autre limite permettant de mettre fin au processus, représentée par un nombre maximal de rayons à lancer pour un hémisphère. Ceci s'est avéré nécessaire après que nous nous soyons heurtés plusieurs fois à des cas où un hémisphère était subdivisé à l'infini. Ceci se produit typiquement dans le cas où un VEI *voit* une zone à fortes variations telle que par exemple, la frontière de deux objets qui ne sont pas sur le même plan, ou bien encore une transition ombre/lumière d'une source non ponctuelle qui est échantillonnée avec un faible nombre de rayons.

Dans le cas de la subdivision d'une cellule, nous conservons le schéma d'échantillonnage original en la divisant en quatre sous-cellules ayant le même angle solide. Pour ne pas perdre les informations déjà récoltées, le rayon lancé dans la cellule avant division est attribué à la sous-cellule correspondante (en fonction du couple (θ, ϕ) le caractérisant).

Le seuil qui déclenche la division des cellules est, comme nous l'avons déjà évoqué, arbitraire. Nous n'avons en effet pas trouvé de loi permettant de déterminer avec exactitude sa valeur et ceci est renforcé par le fait qu'une variance n'est pas bornée. Pour tenter, dans une certaine mesure, d'adapter ce seuil à chaque scène, nous modifions sa valeur après le calcul de chaque VEI. Le seuil devient alors la moyenne des variances des éclairissements trouvées pour chaque VEI déjà calculé.

4.2.1.2 Résultats et discussion

Ici nous ne comparons les résultats obtenus qu'avec la méthode classique de calcul des VEI, soit sans récursion.

La première observation que nous pouvons faire, en regardant les figures 4.7, 4.8 et 4.9, est que le temps passé à calculer les images est fortement réduit en guidant le calcul des VEI par la variance de l'éclairement indirect. Nous remarquons également que la comparaison des images obtenues par les deux méthodes ne révèle pas de réelles différences.

Les gains de temps obtenus sont bien évidemment imputables au faible nombre de rayons lancés par rapport à la méthode originale. mais les rapports de 2 pour les images de la figure 4.7 et de 7 pour les images de la figure 4.9 s'expliquent également par la différence du nombre d'objets présents dans la scène ainsi que de leur nature. Le *prix* d'un rayon est beaucoup plus élevé dans les scènes présentées sur les figures 4.8 et 4.9

où le nombre d'objets est plus important et où la présence d'objets spéculaires retarde l'évaluation de l'éclairement direct et donc rallonge la durée de vie d'un rayon.

Les gains obtenus sont donc réels pour une qualité visuelle des images qui est équivalente à celle obtenue en utilisant la méthode originale.

Influence de la subdivision initiale

Le temps nécessaire au calcul d'un VEI au point x dépend directement du nombre de rayons utilisés pour évaluer l'éclairement incident à x selon les directions (θ_i, ϕ_i) de Ω . Ce nombre total de rayons devrait donc directement dépendre du nombre initial de cellules. Cependant, nous pouvons moduler cette affirmation en remarquant qu'un phénomène d'aliassage peut apparaître à ce niveau : si le nombre initial de cellules est faible, les rayons utilisés pour évaluer la variance de l'éclairement indirect parvenant à x au travers d'une cellule peuvent ne pas s'avérer suffisants et certaines variations ou discontinuités de la fonction d'éclairement peuvent passer inaperçues. La solution alors est d'augmenter le nombre initial de cellules. Ceci a pour effet immédiat de rallonger le temps de calcul d'un VEI et donc de l'image, mais permet d'obtenir plus de finesse dans le rendu final. Il y a donc un compromis à trouver entre ce nombre initial de cellules et la finesse des détails à détecter et c'est pourquoi la taille du découpage initial de Ω est laissée comme paramètre de notre algorithme.

Nous ne prétendons donc pas donner un nombre initial de cellules qui convienne à toutes les scènes ; cependant, nous pouvons observer, sur la figure 4.10, les différences obtenues en faisant varier ce paramètre. Même sur une scène aussi simple que celle du couloir obstrué, des différences sensibles apparaissent et il semble alors nécessaire de débiter le calcul d'un VEI avec un nombre minimal de cellules.

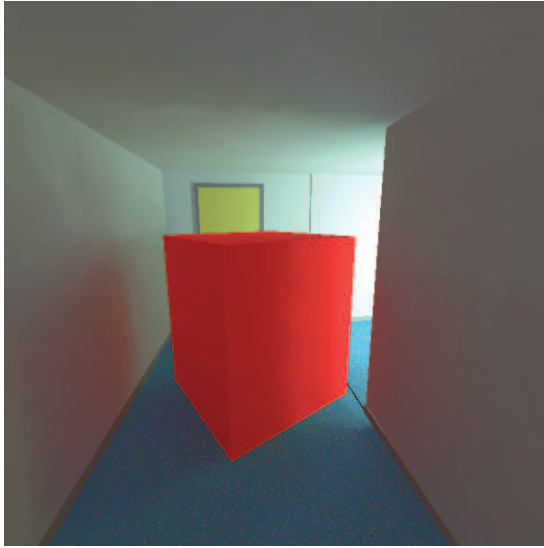
Même si N_{VEI} varie peu pour la série d'images présentée (aux alentours de 6 700), nous pouvons remarquer qu'une tendance à la baisse se dégage quand le nombre de cellules augmente. Cela signifie que les critères d'interpolation sont satisfaits de manière sensiblement égale pour toutes les images, mais d'autant plus que le nombre initial de cellules est élevé. Cela montre bien que la description de l'éclairement s'améliore avec le nombre de cellules.

Conclusion

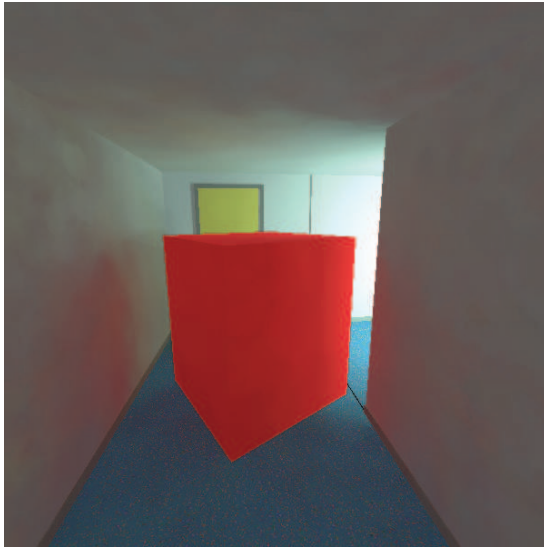
Le fait de guider la stratification de l'hémisphère en utilisant la variance de l'éclairement indirect permet de toute évidence de gagner du temps sur le calcul des VEI en conservant une qualité visuelle équivalente.

Cependant, utiliser la variance comme critère pose plusieurs problèmes. Le premier est que la présence d'un seuil reste obligatoire. C'est lui qui va déclencher la subdivision ou non du domaine. Le second problème est de savoir comment déterminer la valeur de ce seuil. Même si notre méthode permet de l'adapter, dans une certaine mesure, à la scène, il reste que la valeur initiale est arbitraire. De plus, l'adaptation se fait uniquement *vers le bas*, c'est à dire que le critère devient de plus en plus sévère avec le nombre de VEI.

C'est pour tenter de résoudre cela que nous avons abordé le problème différemment en proposant une solution encore plus générique, toujours basée sur des notions statistique liées à l'éclairement indirect. Cette nouvelle solution est présentée dans la section 4.2.2 suivante.



(a) Calcul original des VEI.
 $t_{image} = 1 \text{ h } 49 \text{ min}$, $N_{VEI} = 6\,576$.



(b) Calcul des VEI guidé par la variance de l'éclairage indirect. $t_{image} = 25 \text{ min } 25 \text{ s}$,
 $N_{VEI} = 6\,623$, $\overline{N}_{rayons} = 220$.



(c) Distance perceptuelle entre les images (a) et (b).

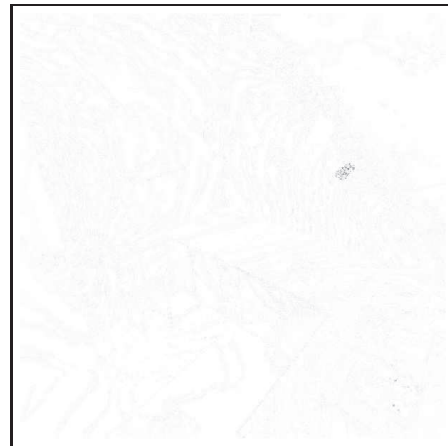
Figure 4.7 – Comparaison pour la scène du couloir obstrué. Chaque VEI, pour la méthode originale, est calculé avec 1 024 rayons. $N_{germe} = 6\,400$.



(a) Calcul original des VEI.
 $t_{image} = 4 \text{ h } 14 \text{ min}$, $N_{VEI} = 6\,243$.



(b) Calcul des VEI guidé par la variance de l'éclairage indirect. $t_{image} = 50 \text{ min } 43 \text{ s}$,
 $N_{VEI} = 6\,439$, $\overline{N}_{rayons} = 365$.



(c) Distance perceptuelle entre les images (a) et (b).

Figure 4.8 – Comparaison pour la scène du laboratoire photo. Chaque VEI, pour la méthode originale, est calculé avec 1 024 rayons. $N_{germe} = 4\,900$.



(a) Calcul original des VEI.
 $t_{image} = 11 \text{ h } 38 \text{ min}$, $N_{VEI} = 8\,144$.

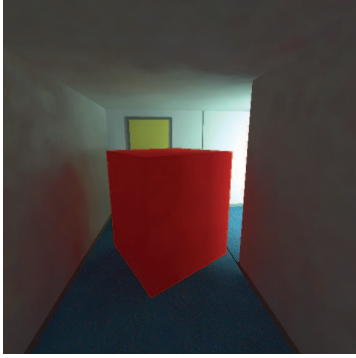


(b) Calcul des VEI guidé par la variance de l'éclairage indirect. $t_{image} = 1 \text{ h } 41 \text{ min}$,
 $N_{VEI} = 10\,049$, $\overline{N}_{rayons} = 530$.

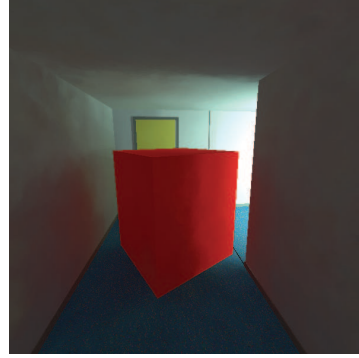


(c) Distance perceptuelle entre les images (a) et (b).

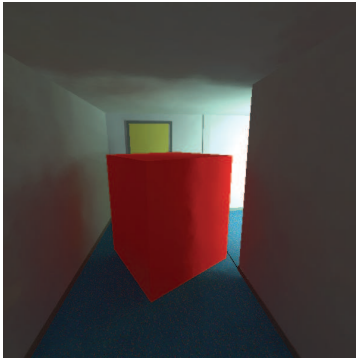
Figure 4.9 – Comparaison pour la scène de la salle à manger. Chaque VEI, pour la méthode originale, est calculé avec 1 024 rayons. $N_{germe} = 8\,100$.



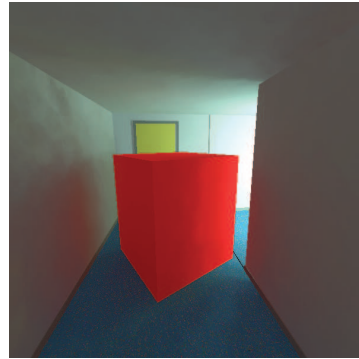
(a) 4 cellules, $N_{VEI} = 6770$,
 $t_{image} = 26 \text{ min } 58 \text{ s.}$



(b) 16 cellules, $N_{VEI} = 6772$,
 $t_{image} = 24 \text{ min } 43 \text{ s.}$



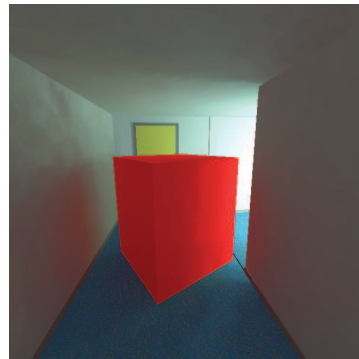
(c) 32 cellules, $N_{VEI} = 6669$,
 $t_{image} = 30 \text{ min } 47 \text{ s.}$



(d) 64 cellules, $N_{VEI} = 6717$,
 $t_{image} = 33 \text{ min } 47 \text{ s.}$



(e) 128 cellules, $N_{VEI} = 6661$,
 $t_{image} = 51 \text{ min } 24 \text{ s.}$



(f) 256 cellules, $N_{VEI} = 6671$,
 $t_{image} = 1 \text{ h } 9 \text{ min.}$

Figure 4.10 – Comparaison pour la scène du couloir obstrué des résultats obtenus en faisant varier le nombre initial de cellules utilisé pour subdiviser l'hémisphère. $N_{germe} = 6\,400$.

4.2.2 Utilisation de l'analyse séquentielle

Cette seconde proposition, dans le cadre d'un parcours en largeur de l'arbre des rayons issu d'un VEI, a pour but d'améliorer la *qualité* de calcul de chaque VEI. Nous tentons pour cela de calculer plus rapidement chaque VEI et, en même temps, faire que ce calcul soit plus pertinent. En fait, ces deux buts peuvent être intimement liés, puisqu'une solution pour que le calcul soit plus représentatif est de répartir les échantillons de l'éclairement incident de manière telle que leur contribution soit la plus importante possible. Si ce but est atteint, à nombre d'échantillons égal, le résultat sera meilleur.

Ce sont principalement deux points qui nous ont incité à utiliser de l'analyse séquentielle. Tout d'abord ce sont les résultats encourageants obtenus avec la simple notion de variance (cf. section 4.2.1). Mais il y a également les résultats très prometteurs annoncés par J.-L. Maillot dans [Mai96]. L'utilisation qu'il en faisait est toutefois assez différente puisqu'il tentait de calculer une image de manière progressive. Le cadre n'est donc pas le même, ni la nature des échantillons. Par contre, ce sont bien des zones homogènes qu'il recherchait sur son image.

4.2.2.1 Calculer moins ou calculer mieux?

En lancer de rayons, une manière évidente d'accélérer les calculs est d'en faire moins. Pour cela, ils doivent être faits uniquement aux endroits présentant des singularités, sans s'attarder sur les zones moins intéressantes. Cette dernière notion est à son tour très subjective et nous avons opté pour l'homogénéité.

Nous avons vu à la section 4.2.1 qu'utiliser la variance pour tester l'homogénéité d'une zone n'est pas chose aisée. Les échantillons peuvent être éclatés autour de leur valeur moyenne et avoir une variance faible pour peu que leur répartition soit uniforme. Ce que nous voulons faire ressortir dans ce test est le fait que les échantillons sont ou ne sont pas groupés autour de leur valeur moyenne. Cette notion d'homogénéité doit être simple pour qu'il y ait peu de calculs nécessaires à son évaluation, mais elle doit néanmoins être représentative du phénomène que nous tentons de simuler.

Nous avons tout d'abord utilisé le critère suivant (comme exposé dans [SP01]) : une zone est déclarée homogène si un pourcentage P_h des échantillons qui y sont tirés a un éclairement E_x appartenant à $[E_{moy} - (E_{Max} \times \epsilon), E_{moy} + (E_{Max} \times \epsilon)]$, où E_{moy} représente l'éclairement moyen de la zone, E_{Max} l'éclairement maximal dans cette même zone et ϵ une constante arbitraire.

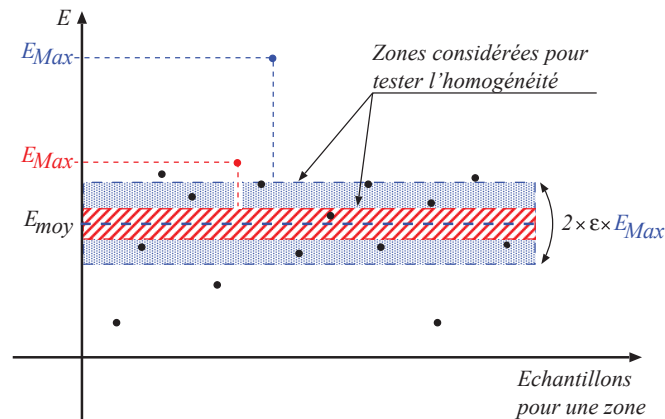


Figure 4.11 – La première définition de l'homogénéité que nous avons utilisée ne prenait en compte, pour une zone, que l'éclairement maximal et l'éclairement moyen. Ceci la rendait fortement sensible aux différences entre E_{Max} et E_{moy} .

Le problème est qu'une telle définition, même si elle prend en compte la valeur maximale et la valeur moyenne de l'éclairement, n'est pas la meilleure représentante du phénomène recherché. Elle est très sensible aux valeurs extrêmes comme nous pouvons le voir sur la figure 4.11. Si, pour une même distribution de points, la valeur E_{Max} est proche de E_{moy} , la zone aura plus de chance de ne pas être déclarée homogène, ce qui semble venir contredire la réalité.

Le critère de sélection adopté en définitive prend en compte E_{moy} et E_{Max} , mais également E_{min} , l'éclairement minimal de la zone.

Nous nous baserons donc sur l'appartenance ou non des valeurs d'éclairement à une bande définie par $\varepsilon \times \min(E_{Max} - E_{moy}, E_{moy} - E_{min})$.

De ce fait, nous réduisons à la fois l'influence de la dissymétrie de la distribution et de ses valeurs extrêmes.

Ce choix est basé sur les observations suivantes : nous pouvons rencontrer trois types de distribution, qui sont schématisées sur la figure 4.12. La distribution (a) semble la plus homogène puisque E_{min} et E_{max} sont répartis également de chaque côté de E_{moy} . Nous pouvons faire l'hypothèse que les valeurs intermédiaires suivent également cette répartition.

Les distributions (b) et (c) quant à elles sont fortement décentrées par rapport à leur moyenne. L'hypothèse que nous pouvons formuler pour ces deux cas, est que cet état

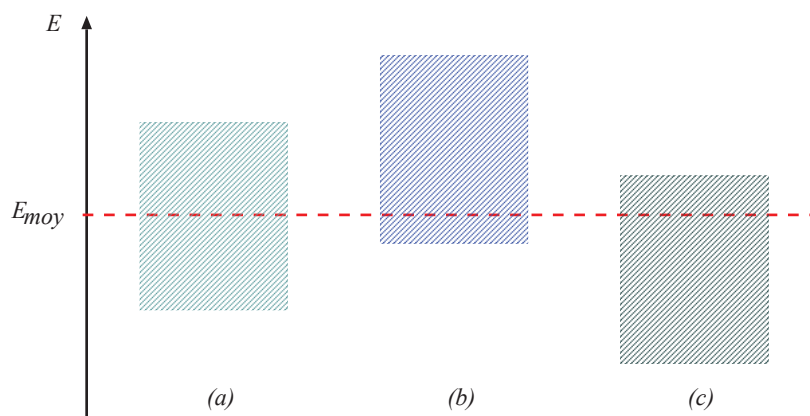


Figure 4.12 – *Représentation des trois types de distribution d'éclairement que nous sommes susceptibles de rencontrer.*

est causé par une valeur qui sort du lot et qui n'est donc pas réellement représentative de la population, qui serait donc concentrée autour de E_{moy} .

Notre critère de sélection est capable de s'adapter à chacune de ces distributions.

Que ce soit dans la première version du critère d'homogénéité ou dans celle adoptée, l'éclairement considéré n'est en fait pas l'éclairement incident au point x , mais celui réfléchi en ce point, c'est-à-dire après *filtrage* par la BRDF du matériau. Ceci permet de s'affranchir des problèmes liés aux matériaux à lobe spéculaire et d'éviter de se poser la question : « devons-nous privilégier le faible éclairement qui arrive dans la direction du lobe ou plutôt le fort éclairement qui arrive dans une autre direction ? » Après atténuation par la BRDF, les éclairements réfléchis par le matériau seront ceux utilisés pour calculer la luminance vue par l'œil et c'est bien celle-là qui nous intéresse.

Par exemple, sur la figure 4.13, nous remarquons que l'éclairement indirect arrivant en x n'est globalement pas homogène. En effet, les traits clairs délimitent une zone d'où l'éclairement parvient en x peu perturbé, alors que les traits foncés présentent un secteur beaucoup plus chaotique, la chaise perturbant le champ lumineux.

L'idée, exposée sur cet exemple, est donc de parvenir le plus rapidement possible à déterminer que la première zone est peu perturbée, pour axer les efforts sur la seconde. Pour cela, nous allons utiliser le TSRV (voir section 2.2) comme un outil qui permettra de différencier ces deux zones.

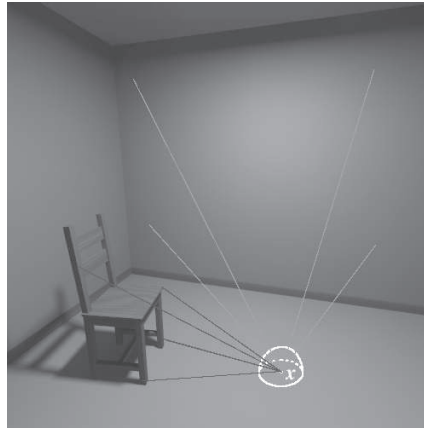


Figure 4.13 – *Les zones vues par un VEI ne sont pas toutes homogènes. L'éclairage arrivant en x au travers de la zone délimitée par les traits gris foncés est beaucoup plus chaotique que celui y arrivant par la zone que délimitent les traits gris clairs.*

Pour pouvoir appliquer ce test, il est nécessaire de disposer d'une population et de deux hypothèses :

- notre population sera l'ensemble des éclairagements parvenant au point x par chaque rayon utilisé pour l'échantillonnage de l'hémisphère et réfléchi dans la direction d'observation ;
- nos hypothèses seront les suivantes :
 - H_0 : la zone échantillonnée est homogène (dans le sens défini précédemment), elle est classée avec le type T_0 ,
 - H_1 : la zone échantillonnée n'est pas homogène, elle est classée avec le type T_1 .

L'hémisphère centré en x est découpé, *a priori*, en cellules ayant toutes le même angle solide. Chacune de ces cellules sera une zone dans laquelle nous appliquerons le TSRV. En effet, il semble illusoire de vouloir appliquer le test sur l'ensemble de l'hémisphère. Vu le domaine de visibilité de ce dernier, il est assez intuitif de dire que l'éclairage observé ne sera pas homogène. Ceci provoquera donc le découpage en sous-zones de cet hémisphère presque systématiquement. Ce processus étant somme toute coûteux, nous avons préféré fixer à 12 le nombre de cellules initiales. Ceci correspond à 2 découpages selon l'angle zénithal et 4 selon l'angle azimutal. De plus, si le nombre de

cellules est faible, nous risquons de retrouver les problèmes d'aliassage déjà évoqués à la section 4.2.1.

- Si une zone est déclarée homogène, il n'est plus nécessaire d'y lancer d'autres rayons et nous pouvons traiter la suivante ;
- si nous ne parvenons pas à déterminer le type de la zone, nous tirons d'autres échantillons jusqu'à ce que nous soyons capables de le faire ;
- si la zone est déclarée comme étant non homogène, nous la subdivisons en quatre sous-régions puis nous relançons le test dans chacune d'elles.

Chacune des sous-zones va donc être à son tour évaluée et, à chaque fois, le but est de déterminer si elle est homogène ou non.

Une fois toutes les zones classées dans la catégorie T_0 , le calcul du VEI peut avoir lieu en déterminant l'éclairement et la direction associés à la source virtuelle qui va remplacer l'éclairement indirect en ce point.

4.2.2.2 Cohérence des grandeurs physiques

Si nous revenons sur la méthode de calcul des VEI telle qu'elle a été introduite (cf. chapitre 3, page 51), nous remarquons qu'à chaque cellule obtenue après le découpage à angle solide constant de l'hémisphère est associé un rayon et un seul. De ce fait, la luminance transportée par chacun de ces rayons peut être calculée simplement, puisque l'angle solide d'une cellule est égal à l'angle solide de la demie sphère divisé par le nombre de cellules. Ceci correspond à un échantillonnage stratifié de l'hémisphère où toutes les strates ont la même taille. Ce n'est plus le cas de notre méthode, où le nombre de cellules n'est pas fixé à l'avance, mais surtout où chacune d'elles sert de support à plusieurs rayons.

L'objectif de ce paragraphe est d'expliquer comment, à partir de la distribution de rayons obtenue après le découpage de l'hémisphère par la méthode d'analyse séquentielle, nous construisons des strates contenant chacune un rayon et un seul.

Chaque rayon se verra attribuer un angle solide correspondant à la surface de la strate à laquelle il appartient et ainsi, le calcul des différentes luminances incidentes, puis de la luminance réfléchie, pourra être effectué correctement.

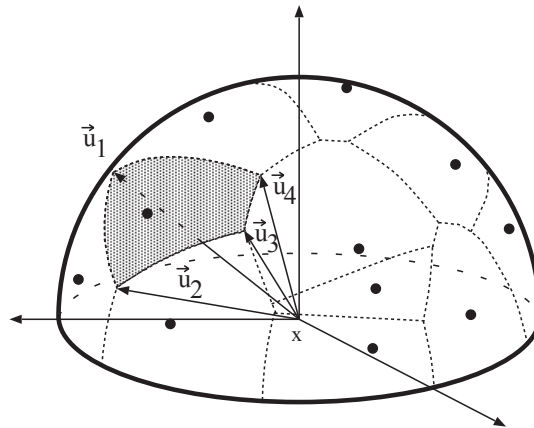


Figure 4.14 – Diagramme de Voronoï sur l'hémisphère et calcul de l'angle solide associé à chaque cellule.

La méthode d'analyse séquentielle employée plus haut a permis de déterminer les zones de l'hémisphère où l'éclairement incident est homogène. Le résultat est donc une structure, assimilable à un *quad-tree*, dont chaque feuille contient plusieurs rayons. A ce stade, nous ne sommes plus intéressés que par la répartition des rayons et nous ne conservons plus aucune autre information du découpage initial.

Nous allons donc, à partir de ces rayons, construire une nouvelle structure qui découpera l'hémisphère de telle façon que sa surface soit entièrement occupée et que chaque nouvelle cellule ainsi créée ne contienne qu'un seul rayon. Ces conditions sont parfaitement remplies par un diagramme de Voronoï dont les sites correspondent aux intersections des rayons avec l'hémisphère unitaire centré en x . La projection d'un hémisphère sur un plan ne conservant ni les distances ni les angles, il est nécessaire de construire ce diagramme directement sur l'hémisphère, comme exposé dans [AP85].

Ceci nous permet donc de réaliser, *a posteriori*, un échantillonnage stratifié de l'hémisphère. La stratification est simplement adaptée à la nature, à la fois de la BRDF et de l'éclairement indirect arrivant en x , de par le découpage initial dû à la méthode d'analyse séquentielle. De ce fait, l'utilisation de BRDF complexes, comme par exemple des BRDF mesurées, devient relativement aisée et, en tout cas, n'est pas un obstacle à notre méthode.

Il est à présent nécessaire de calculer la valeur ω_s , de l'angle solide associé à chaque cellule du diagramme de Voronoï. En utilisant les notations de la figure 4.14, cet angle solide nous est donné par la formule suivante, extraite du livre de M. Berger [Ber77] pages 50 à 67 :

$$\omega_s = \sum_{i=1}^N \cos^{-1} \left(\frac{(\vec{u}_i \wedge \vec{u}_{i+1}) \cdot (\vec{u}_i \wedge \vec{u}_{i-1})}{\|\vec{u}_i \wedge \vec{u}_{i+1}\| \|\vec{u}_i \wedge \vec{u}_{i-1}\|} \right) - (N-2)\pi \quad (4-1)$$

Grâce à cela, chaque rayon se voit associer un angle solide correct et il est possible d'obtenir une valeur de luminance qui ne soit pas faussée.

Ainsi, de la même manière que pour la méthode originale, un VEI et un seul est calculé pour chaque hémisphère. Grâce à notre méthode, ses composantes (P et \vec{D}) sont évaluées de manière plus précise.

Une fois tout ces concepts réunis, l'algorithme, pour le calcul d'un VEI avec cette méthode, peut se développer comme suit :

procédure de traitement d'une cellule

procédure traiter_cellule(cellule, profondeur)
 $A \leftarrow 1.888, B \leftarrow 0.671, \text{état} \leftarrow \text{indéterminé}$
 lancer des rayons jusqu'à concurrence de 5
faire
 évaluer p_0 et p_1
 si $\frac{p_1}{p_0} \geq A$ **alors**
 sous_cellule[] \leftarrow diviser_en_quatre(cellule)
 répartir les rayons
 profondeur \leftarrow profondeur + 1
 traiter_cellule(sous_cellules[1], profondeur)
 traiter_cellule(sous_cellules[2], profondeur)
 traiter_cellule(sous_cellules[3], profondeur)
 traiter_cellule(sous_cellules[4], profondeur)
 profondeur \leftarrow profondeur - 1
 état \leftarrow terminé
 sinon si $\frac{p_1}{p_0} \leq B$ **alors**
 état \leftarrow terminé
 sinon
 lancer 2 rayons dans la cellule
 fin si
tant que état = indéterminé **et** profondeur \leq profondeur maximale
fin procédure

Phase de traitement d'un VEI

pour toutes les cellules de l'hémisphère **faire**
 traiter_cellule(cellule courante)
fin pour

Suite et fin du calcul du VEI

terminer le calcul du VEI en déduisant P et \tilde{D}

4.2.2.3 Détails de la mise en œuvre

Pour pouvoir appliquer le TSRV au calcul des VEI , nous avons dû procéder aux quelques adaptations que nous détaillons ici.

Initialiser le test

Notre définition de l'homogénéité fait appel à la valeur E_{moy} de l'éclairement moyen de la zone, mais également aux valeurs minimale, E_{min} , et maximale, E_{Max} , des éclairagements présents dans cette zone.

A chaque nouvel échantillon, les valeurs de E_{Max} et E_{min} devraient être remises en cause et celle de E_{moy} recalculée. Ceci ne semble pas très approprié à notre cas. Nous voulions disposer d'une méthode incrémentale, nous avons donc décidé de déterminer les valeurs maximale et minimale, puis de calculer une valeur moyenne E_{moy} de l'éclairement de la zone, à partir d'un nombre fixe d'échantillons. Ce sont cinq valeurs par cellule qui servent de références. Par la suite, si le type de la zone ne peut être déterminé directement, les futurs échantillons ne modifieront pas les valeurs E_{min} , E_{Max} ou E_{moy} .

Si une cellule doit être divisée, les échantillons précédemment tirés sont répartis en fonction de leur coordonnées polaires dans cette cellule. Bien sûr, après avoir réparti les rayons, il se peut que chaque sous-zone en ait obtenu moins de cinq. C'est pourquoi, avant de réévaluer E_{min} , E_{Max} et E_{moy} dans une de ces sous-zones, nous relançons, si nécessaire, des rayons, pour arriver à cinq. Cette répartition, complétée si nécessaire, permet de ne pas tirer systématiquement cinq nouveaux échantillons.

Dans le cas où nous ne savons pas déterminer le type de la zone, nous tirons deux échantillons supplémentaires. En faisant cela, nous évitons de recalculer les valeurs de p_{0m} et p_{1m} à chaque nouvel échantillon. Ces grandeurs ne sont réévaluées que tous les deux tirages. Nous aurions pu retarder encore plus leur calcul, mais c'était prendre le risque de lancer plus de rayons que nécessaire à la détermination du type de la zone.

En ce qui concerne les termes p_{0m} et p_{1m} , nous avons vu au chapitre 2, section 2.2, page 46, que leur évaluation est différente en fonction de la méthode de sélection des échantillons, suivant que ces derniers sont indépendants ou non. Ici, les échantillons sont clairement indépendants puisque, dans le cadre de la fenêtre de lancer définie par une cellule, nous choisissons, au hasard, deux directions θ et ϕ . Chaque nouveau couple (θ, ϕ) ne dépend pas des couples précédents (il se peut, en effet que la même direction soit choisie plusieurs fois).

Les probabilités d'apparition des échantillons s'expriment donc comme suit :

$$p_{0m} = f(x_1, p_0) \cdots f(x_m, p_0) \quad (4-2)$$

et

$$p_{1m} = f(x_1, p_1) \cdots f(x_m, p_1). \quad (4-3)$$

Dans notre cas, la portion de l'algorithme de calcul correspondant à la détermination de p_0 et p_1 s'écrit :

*procédure de calcul des probabilités d'apparition de l'échantillon
en fonction des deux hypothèses.*

procédure tester_homogenéité(p_0, p_1)

si première fois pour cette cellule **alors**

 dedans $\leftarrow 0$, dehors $\leftarrow 0$

 évaluer E_{min} , E_{Max} et E_{moy}

fin si

pour tous les rayons de la cellule **faire**

si l'éclairement est dans la zone de tolérance **alors**

 dedans \leftarrow dedans + 1

sinon

 dehors \leftarrow dehors + 1

fin si

fin pour

$p_0 \leftarrow \frac{\text{dedans}}{\text{nombre de rayons}}$

$p_1 \leftarrow \frac{\text{dehors}}{\text{nombre de rayons}}$

fin procédure

Étalonner

Nous avons ensuite fixé les valeurs de α , β , A , B et ε . Ceci a été fait tout d'abord en utilisant une scène composée d'une pièce vide éclairée par une source plane, cette dernière étant positionnée au centre du plafond. Ce choix a été fait en considérant que, si pour un cas aussi simple la méthode se comporte correctement, alors les valeurs obtenues seront un bon point de départ pour des cas plus élaborés. Le TSRV utilisant ces valeurs a ensuite été soumis à différentes scènes et ces constantes ont sensiblement évolué.

Après de nombreux essais, nous avons obtenu, pour les deux premières constantes, les valeurs $\alpha = 0,27$ et $\beta = 0,49$. Les valeurs de A et de B découlent des valeurs de α et β , comme indiqué à la section 2.2 et sont fixées à $A = 1,88888$ et $B = 0,67123$. Les valeurs proposées pour α et β décrivent une zone d'incertitude relativement restreinte et qui favorise l'apparition de l'hypothèse H_0 . Ceci permet d'obtenir un résultat plus rapidement en satisfaisant l'hypothèse H_0 plus souvent que l'hypothèse H_1 . Ce choix est celui de la raison puisque l'hypothèse H_1 conduit forcément à une division de la cellule et rallonge de ce fait les temps de calcul.

La valeur retenue pour ε est 0,60, soit 60 % de $\min(E_{moy} - E_{min}, E_{Max} - E_{moy})$ de part et d'autre de E_{moy} . Nous pensons que cette valeur, bien qu'apparemment élevée, se justifie par l'hypothèse couramment admise en synthèse d'images (et que nous avons déjà évoquée) qui est que *l'éclairement indirect varie lentement*.

Ces cinq constantes, trouvées de manière expérimentale et favorisant l'hypothèse H_0 , se sont avérées tout à fait adaptées à l'ensemble des cas que nous avons pu rencontrer jusqu'alors. Notre but est de trouver un compromis qui puisse fonctionner avec toutes les scènes, ce qui permet de réduire le nombre de paramètres à fournir à l'algorithme.

Limiter la récursion

Dans le cas où une zone est déclarée non homogène, nous avons vu qu'elle est divisée en quatre sous-zones dans lesquelles le processus du TSRV est relancé. Ce mécanisme de récursion est limité dans notre mise en œuvre pour éviter que les calculs ne s'allongent inutilement de la même manière qu'il a été limité pour le calcul des VEI guidé par la variance de l'éclairement indirect. Il ne semble pas nécessaire de diviser une cellule de l'hémisphère plus de trois fois, soit 64 sous-cellules. Les tests que nous avons réalisés ont montré qu'au-delà, les temps de calculs deviennent trop importants pour le bénéfice apporté. L'hémisphère, dans le pire des cas, sera donc découpé en $2 \times 4 \times 64 = 768$ cellules, soit un minimum de 1 536 rayons. Ceci est raisonnablement supérieur à ce que proposait la méthode originale de calcul des VEI et permet d'isoler les zones présentant des singularités.

4.2.2.4 Résultats

Les deux premières images (figure 4.15) permettent de se rendre compte que, pour une impression visuelle équivalente, notre algorithme permet d'obtenir un temps de calcul moins élevé qu'avec la méthode originale. Les deux suivantes (figure 4.16) permettent de souligner le fait que la description de l'éclairement est effectivement améliorée. Enfin, les deux dernières (figure 4.17) permettent de se rendre compte que notre méthode supporte la présence de nombreux types d'éclairement dans un environnement complexe composé de nombreux objets de types différents.

Sur la série d'images de la figure 4.15, la classique *Cornell Box* profite assez largement de la méthode : il y a peu d'objets et ils sont relativement volumineux ; de ce fait, les zones homogènes sont rapidement détectées et le calcul des VEI avec notre algorithme est plus rapide que celui de la méthode originale. Pour obtenir une image de qualité équivalente avec la méthode originale, c'est-à-dire indiscernable à l'œil et présentant de faibles différences en utilisant la distance perceptuelle présentée dans [FP00], il est nécessaire de lancer 1 024 rayons par hémisphère.

Dans le cas de cette scène présentant de relativement fortes variations de l'éclairement indirect, notre algorithme génère un nombre total de VEI légèrement moins important que la méthode originale. Ceci est dû au fait que la description de l'éclairement est plus précise et de ce fait, les critères d'interpolation sont plus souvent satisfaits. Le résultat est donc qu'il sera moins souvent nécessaire de procéder à une évaluation complète de l'éclairement indirect.

Sur les images de la figure 4.16, nous reconnaissons le désormais familier couloir obstrué, qui présente un éclairage en majeure partie indirect. La difficulté sur une telle image pour un algorithme d'éclairement indirect, est de bien retracer l'ombre du cube dans la partie du couloir qui n'est pas éclairée directement. Nous pouvons remarquer que la méthode originale n'y parvient pas tout à fait et que le cube semble *flotter* au-dessus du sol. Avec notre méthode le problème est en partie résolu, même si le résultat est encore perfectible (voir section 4.1). L'échantillonnage adaptatif de l'éclairement indirect parvenant en un point de la zone d'ombre nous permet de délimiter la transition due à la présence du cube.

La figure 4.17 présente un exemple plus complexe contenant 198 primitives CSG et mettant en jeu une large palette de problèmes d'éclairement global. Dans ce cas, notre méthode a su s'adapter à l'environnement (1 047 rayons par VEI en moyenne) et la

description de l'éclairement qui en résulte est meilleure puisque le nombre total de VEI est moindre.

Remarques sur le gain de temps

Comme nous pouvons le remarquer, le gain de temps n'est pas une fonction linéaire du gain en nombre de rayons lancés. Ceci peut être expliqué aisément si l'on remarque que le processus d'évaluation de la nature de la zone est relativement coûteux. C'est pour cette raison que le choix du critère d'homogénéité s'est porté sur une simple notion d'appartenance à un intervalle plutôt que sur la valeur de la variance de la zone, grandeur souvent employée en synthèse d'images, mais dont le coût est trop élevé en regard du nombre de fois où elle doit être évaluée. De plus, il peut sembler que les temps obtenus pour des scènes si simples sont élevés comparé à ce que certaines méthodes actuelles pourraient accomplir (nous pensons en particulier à la scène de la *Cornell Box*). Nous rappelons que la mise en œuvre de cette méthode ne se base sur aucun *a priori*.

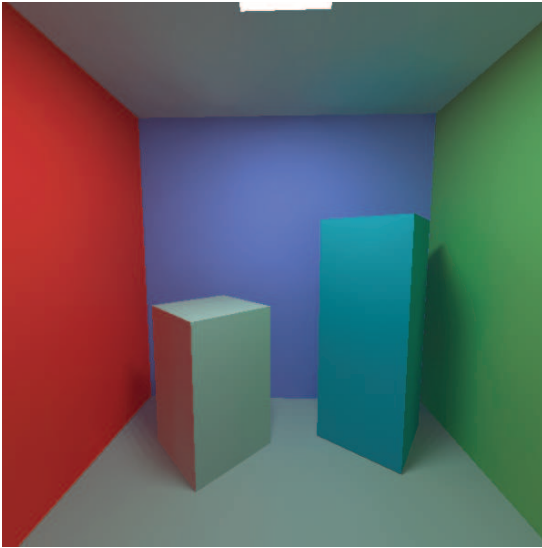
De plus, aucun matériel spécialisé n'est utilisé pour accélérer l'affichage et donc le calcul des images. De ce fait, cette méthode peut être utilisée pour tout type de géométrie et de modèle de matériau, mais est également facile à adapter sur n'importe quelle plate-forme matérielle, puisqu'elle est purement logicielle.

Conclusion

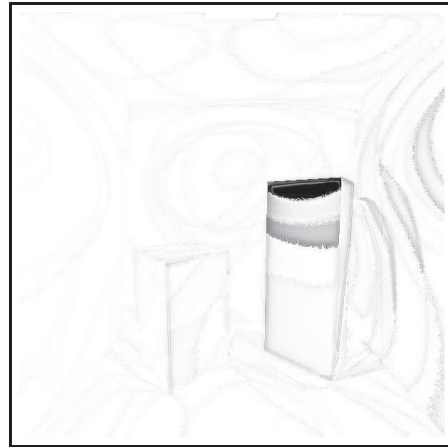
Nous avons développé une méthode permettant d'accélérer le calcul des VEI en mettant en évidence les zones qui nécessitent plus de calculs et en y concentrant nos efforts. Ceci a également permis d'obtenir des images moins bruitées. La méthode d'analyse séquentielle que nous utilisons ici peut être utilisée pour d'autres phases importantes du calcul d'éclairement indirect par les VEI. En effet, nous verrons dans le chapitre 5 comment le TSRV peut s'appliquer au calcul du germe de VEI nécessaire à la méthode.



(a) Image calculée avec la méthode originale.
 $t_{image} = 15 \text{ min } 12 \text{ s}$, $N_{VEI} = 914$.

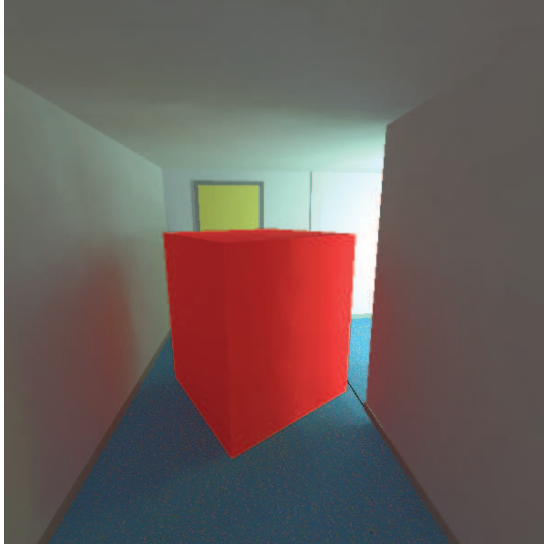


(b) Image calculée avec notre méthode.
 $t_{image} = 7 \text{ min } 8 \text{ s}$, $\bar{N}_{rayons} = 357$, $N_{VEI} = 908$.

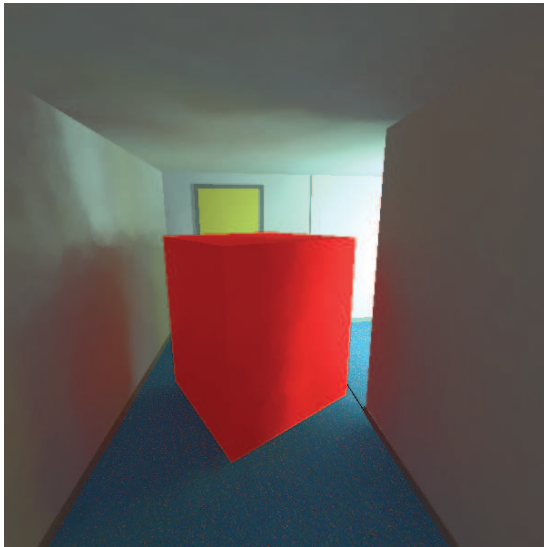


(c) Distance perceptuelle entre les images (a) et (b).

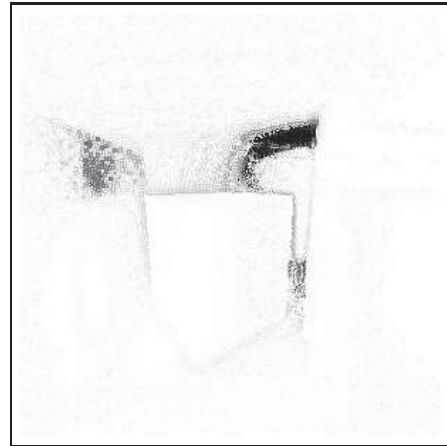
Figure 4.15 – Comparaison de la méthode originale de calcul des VEI et de notre méthode sur la scène classique de la Cornell Box. Chaque VEI, pour la méthode originale, est calculé avec 1 024 rayons. $N_{germe} = 900$, $N_{min} = 3$, $N_{max} = 8$.



(a) Image calculée avec la méthode originale.
 $t_{image} = 1 \text{ h } 49 \text{ min}$, $N_{VEI} = 6\,576$.



(b) Image calculée avec notre méthode.
 $t_{image} = 41 \text{ min } 33 \text{ s}$, $\overline{N}_{rayons} = 384$,
 $N_{VEI} = 6\,659$.



(c) Distance perceptuelle entre les images (a) et (b).

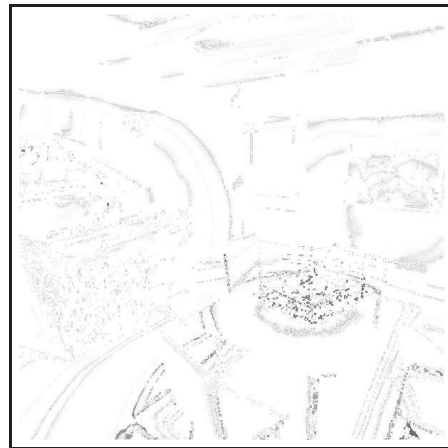
Figure 4.16 – Cas où l'éclairage est en majorité indirect et où le gain est également réalisé sur la qualité de l'image en plus du temps de calcul. Chaque VEI, pour la méthode originale, est calculé avec 1 024 rayons. $N_{germe} = 6\,400$, $N_{min} = 5$, $N_{max} = 15$.



(a) image calculée avec la méthode originale.
 $t_{image} = 8 \text{ h } 1 \text{ min}$, $N_{VEI} = 6\,841$.



(b) image calculée avec notre méthode.
 $t_{image} = 3 \text{ h } 19 \text{ min}$, $\overline{N}_{rayons} = 1\,047$,
 $N_{VEI} = 6\,817$.



(c) Distance perceptuelle entre les images (a) et (b).

Figure 4.17 – Cas complexe mettant en œuvre de nombreux phénomènes d'éclairage global. Chaque VEI, pour la méthode originale, est calculé avec 1 024 rayons. $N_{germe} = 6\,400$, $N_{min} = 5$, $N_{max} = 15$.

4.3 Bilan des variations dans l'espace objet

Dans ce chapitre nous avons présenté différentes méthodes qui permettent d'étendre le champ des VEI en proposant de nouvelles techniques de calcul.

Nous avons tout d'abord vu comment l'utilisation du suivi de chemins permet de prendre en compte un plus grand nombre de parcours de la lumière en allant chercher l'information en profondeur. Et même si cette méthode peut encore être étendue — par exemple en guidant le parcours des chemins avec un échantillonnage d'importance — ce que nous retiendrons ici c'est que les améliorations présentées sont obtenues en conservant des temps de calcul proches de ceux de la méthode originale. La comparaison avec l'utilisation des VEI récursifs met en évidence les avantages de notre méthode puisque les résultats des deux approches sont visuellement identiques, mais nous les obtenons en des temps sensiblement moins importants. Enfin, l'utilisation du suivi de chemins permet de supprimer les deux paramètres de l'algorithme qui sont le nombre de récursion et l'énergie minimale acceptable récoltée lors de cette récursion. Le mécanisme de *roulette Russe* remplace cela de manière probabiliste et permet de lever un biais de la méthode originale.

Les deux propositions suivantes sont complémentaires de la première tout en étant mutuellement exclusives. Elles permettent de concentrer les efforts de calcul sur les zones de la fonction d'éclairement indirect présentant des singularités. L'utilisation de la variance était une première approche très intéressante qui nous a permis de poursuivre nos recherches dans cette voie et de mettre en œuvre l'utilisation de l'analyse séquentielle pour guider le processus de découpage de l'hémisphère. Nous obtenons en fin de compte une méthode capable d'adapter le calcul des VEI à la nature de l'éclairement indirect en chaque point de la scène où ils sont calculés, en utilisant des concepts mathématiques éprouvés. De cette manière, nous réduisons le nombre de paramètres de l'algorithme, puisque le découpage de l'hémisphère pour chaque cellule n'est plus fixé par l'utilisateur, mais déterminé dynamiquement par notre algorithme.

Nous allons à présent concentrer nos efforts sur les VEI pris en groupes et proposer d'un côté, une nouvelle méthode de calcul du germe et d'un autre côté, des critères d'interpolation modifiés pour s'adapter à la fonction d'éclairement indirect.

Chapitre 5

Variations sur le plan image

Les VEI ont une double nature un peu déroutante. Ils sont calculés dans l'espace objet, mais ont un support sur le plan image puisqu'ils sont calculés au premier point d'intersection d'un rayon primaire avec la scène.

Dans ce chapitre, nous allons tenter d'utiliser cette double nature en considérant tout d'abord les VEI dans leur ensemble, ou tout du moins en groupes ayant des particularités communes. Ceci est présenté dans la première section où nous montrerons comment utiliser à notre avantage ces propriétés communes pour adapter le calcul du germe aux variations de la fonction d'éclairement indirect.

Nous discuterons ensuite, à la section 5.2.1, de la reconstruction de l'éclairement indirect, phase au combien importante, qui va permettre de terminer le calcul de l'image et de visualiser l'éclairement indirect.

5.1 L'homogénéité, une idée qui germe

Nous avons vu au chapitre précédent que rechercher les zones homogènes, vues d'un VEI, peut être profitable. Ici, l'idée est d'utiliser cette notion d'homogénéité pour favoriser le processus d'interpolation et donc éviter que de trop nombreux VEI soient générés pendant la phase de calcul de l'image elle-même. L'idée conductrice est donc de tenter de déplacer la majorité du temps de calcul des VEI dans la phase préliminaire de création du germe.

Dans ce chapitre, nous allons donner une méthode pour générer le germe afin qu'il soit adapté aux variations de la fonction d'éclairement indirect. Nous y recherchons des intervalles présentant de faibles variations, ce qui se rapproche à la fois du travail de thèse de J.-L. Maillot [Mai96] et de la méthode que nous avons présentée au chapitre précédent, puisque la technique utilisée sera encore une fois une adaptation des méthodes d'analyse séquentielle.

5.1.1 Réalisation

Nous restons pour le moment sur une approche tout à fait classique en nous basant sur la structure commune à toutes les images : les lignes et les colonnes de pixels. Les zones dont nous allons tester l'homogénéité sont les cellules d'un *quad-tree* qui prend naissance sur le plan image.

Contrairement à ce que nous avons vu à la section 4.2.2 sur l'adaptation de l'analyse séquentielle au calcul des VEI, le domaine dans lequel nous évoluons à présent n'est plus continu mais bien discret puisque chaque zone est en fait un ensemble fini de pixels.

Ceci introduit quelques différences dont les plus remarquables sont que :

- le calcul des densités de probabilité se fait suivant les équations 2-18 présentées page 48 et que,
- il n'est plus nécessaire de limiter la profondeur de récursion puisque la limite existe déjà : c'est le pixel.

Ce que nous tentons de réaliser peut-être obtenu en générant le germe par rapport aux critères d'interpolation qui seront utilisés pendant le rendu. Cependant, ceci déporterait entièrement l'évaluation de l'éclairement indirect dans une première phase et nous obtiendrions un algorithme se rapprochant d'une méthode de radiosité. Ce n'est pas notre objectif et c'est pourquoi nous n'utiliserons que des critères simplifiés pour guider la génération de ce germe. De ce fait, nous obtenons une description grossière des zones de l'image où les variations de l'éclairement indirect sont plus accentuées.

Dans un premier temps, l'unique critère utilisé repose sur P , la valeur de l'éclairement que représente chaque VEI. De la même manière que ce qui a été fait pour le calcul d'un VEI à la section 4.2.2, nous allons utiliser une notion d'homogénéité qui se base

sur l'appartenance à un intervalle donné. Grâce à cela, nous pourrions déterminer p_0 et p_1 , les fréquences d'apparition des échantillons en fonction des hypothèses H_0 et H_1 .

Dans le cas étudié ici, nous considérons bien la valeur de P , l'éclairement incident à x et non la valeur après filtrage par la BRDF. Ceci dans le but de rester cohérent avec ce qui est fait par le processus d'interpolation.

L'algorithme utilisé pour guider le positionnement des VEI est le suivant :

procédure de traitement d'une zone

```

procédure traiter_zone(zone)
  initialiser  $A$  et  $B$ 
  état  $\leftarrow$  indéterminé

  mettre à jour  $L_{\min}$ ,  $L_{\max}$  et  $E_{\text{sp}}$ 
  si  $n_{\text{VEI}} \geq 2 \times \text{nombre de VEI dans la zone}$  alors
    fin de traitement de la zone
  fin si
  tant que densité de VEI  $<$  densité maximale faire
    pixel  $\leftarrow$  échantillonnage de poisson sur la zone
    créer un VEI au point pixel
  fin tant que
  faire
    évaluer  $p_0$  et  $p_1$ 
    si  $\frac{p_1}{p_0} \geq A$  alors
      sous_zone[]  $\leftarrow$  diviser_en_quatre(zone)
      traiter_zone(sous_zone[1])
      traiter_zone(sous_zone[2])
      traiter_zone(sous_zone[3])
      traiter_zone(sous_zone[4])
      état  $\leftarrow$  terminé
    sinon si  $\frac{p_1}{p_0} \leq B$  alors
      état  $\leftarrow$  terminé
      pixel  $\leftarrow$  échantillonnage de poisson sur la zone
      créer un VEI au point pixel
    sinon
      état  $\leftarrow$  terminé
    fin si
  tant que état = indéterminé et que densité de VEI  $\leq$  densité maximale
fin procédure

```

Comme nous pouvons le remarquer, certaines différences apparaissent avec l'algorithme présenté à la section 4.2.2 (calcul d'un VEI guidé par l'analyse séquentielle).

Tout d'abord, nous utilisons un minimum de 15 VEI pour tester l'homogénéité d'une population. Ici les zones traitées sont, au moins au début de l'algorithme, de grande taille : typiquement un seizième de la taille de l'image. Dans le cas des images présentées dans ce mémoire, cela correspond à 22 500 pixels, au premier niveau de récursion. Nous aurons donc un VEI par carré de 47 pixels de côté, ce qui est une valeur faible.

Ceci laisse entrevoir la deuxième différence entre les algorithmes : la limite de subdivision. Nous avons évoqué cela plus haut, il n'est ici pas nécessaire d'imposer une limite sur la profondeur de récursion. Cependant, nous imposons une autre limite qui est la densité de VEI dans la zone. Pour une zone donnée, nous ne générons plus de VEI s'il y en a plus de un tous les neuf pixels. Grâce à cela, la profondeur de récursion va pouvoir varier pour s'adapter à la taille de l'image.

Ceci nous permet d'aborder la troisième différence qui est la condition supplémentaire présente dans le TSRV. Selon les valeurs choisies pour α et β , le test ne saura pas immédiatement prendre une décision et il devra générer d'autres VEI pour affiner la représentation qu'il se fait de leur homogénéité. La condition sur la densité de VEI est toujours valable et nous devons la tester à nouveau ici pour respecter la répartition d'un VEI tous les neuf pixels dans le pire des cas.

La quatrième et dernière différence apparaît dans la façon dont les échantillons sont répartis. Contrairement aux méthodes précédentes, ils ne sont plus générés de manière entièrement aléatoire, mais suivent une distribution dite de disque de Poisson (voir [Gla95], pages 427 à 443). Le principe est que, prenant un disque de rayon r_d centré sur un individu quelconque de notre distribution, aucun autre individu n'est présent dans la surface couverte par le disque. La version que nous utilisons admet une contrainte sensiblement assouplie et se rapproche de ce qui est présenté dans [MF92] où le rayon du disque varie en fonction du niveau de représentation sur lequel nous plaçons. Ici, le niveau va correspondre à la profondeur de récursion et donc à la taille de la zone considérée. Plus la zone sera restreinte, plus le rayon pourra être petit.

5.1.2 Résultats et discussion

Après avoir mis en œuvre ce mécanisme de génération du germe et avoir testé la méthode, il s'avère que le test est extrêmement difficile à régler.

Tout d'abord, considérons le facteur ϵ qui détermine la largeur de la bande de validité. Il s'avère que l'éclairement indirect au sein des scènes dont nous disposons présente de très faibles variations d'amplitude. De ce fait, une faible variation d'épsilon — de l'ordre de 0,1 — change le comportement du test du tout au tout : la densité de VEI passe de 0,007 à 0,025. Une valeur de 0,45 a été retenue pour les exemples présentés ci-dessous.

Considérons à présent les paramètres propres au TSRV. Notre approche se veut différente de celle présentée à la section 4.2.2 en ce sens que nous sommes désireux de forcer la subdivision des zones pour détecter correctement les discontinuités. Comme cela a été évoqué ci-dessus, ces discontinuités sont de faible amplitude et donc, difficiles à mettre en évidence. Voilà pourquoi nous choisissons une forte probabilité de rejeter l'hypothèse H_0 quand celle-ci est vraie en donnant une valeur élevée à α . Dans le même ordre d'idée, la probabilité d'accepter H_0 alors que H_1 est vraie sera très faible (cela correspond à la valeur de β). Les valeurs donnant les meilleurs résultats se sont avérées être : $\alpha = 0,7$ et $\beta = 0,29$.

Les résultats de l'utilisation de ces paramètres sur nos scènes sont présentés sur les figures 5.1 à 5.3 et nous faisons ici quelques remarques.

Nous avons choisi de comparer notre méthode avec la méthode originale si celle-ci générerait le même nombre de VEI lors du calcul du germe. De ce fait, une scène comme la *Cornell Box* utilise beaucoup de VEI pour le germe et n'en calcule aucun pendant la phase de rendu.

Ce qui peut paraître étonnant c'est, qu'en général, le temps nécessaire au calcul du germe avec la méthode entièrement aléatoire est plus important que lorsque le germe est guidé. Ceci est explicable par le fait que nous testons systématiquement qu'il n'y ait pas plus d'un VEI par pixel ; le générateur aléatoire de nos ordinateurs ne le garantissant pas. Cette différence est d'autant plus sensible que le nombre de VEI est élevé, les emplacements disponibles étant moins nombreux. L'utilisation de zones réduites ainsi que l'échantillonnage par disque de Poisson réduit ce phénomène et c'est pourquoi notre méthode est plus rapide.

Les images présentées sont accompagnées de la répartition des VEI une fois le calcul complet terminé. Pour les deux méthodes, mais plus encore pour la notre, il est assez aisé de distinguer les VEI qui ont été créés pendant le calcul de l'image. Ce sont ceux qui décrivent les détails géométriques et qui ne suivent en général pas les lignes et les colonnes de pixels. Ceci est particulièrement visible sur les figures 5.2, 5.3 et 5.4.

L'image de la scène de la *Cornell Box* n'a pas nécessité le calcul de nouveaux VEI lors de la phase de rendu. Ceci est évoqué plus haut et une des raisons a été donnée. Nous pouvons cependant remarquer que les phénomènes relatifs à l'éclairement indirect, dans cette scène pourtant de référence, sont les plus simples des scènes proposées. De ce fait, le mécanisme d'interpolation n'a pas de grandes difficultés à surmonter et parvient à trouver une solution acceptable en chaque pixel.

Ce n'est pas le cas des autres scènes où de nombreux VEI sont générés lors de la phase de rendu. Les causes, pour les figures 5.2 et 5.3, sont les variations d'ordre radiométrique (le critère de la variance n'est pas satisfait lors de l'interpolation), alors que sur la figure 5.4 elles sont géométriques (les critères d'orientation relative ne sont pas satisfaits). Cependant, c'est bien ce à quoi nous voulions arriver puisque la description des discontinuités est grossière lors du calcul du germe et s'affine si nécessaire pendant la phase de rendu.

Ici encore, la subdivision initiale de l'image a une influence importante. Ceci est directement lié au nombre de VEI utilisés pour tester l'homogénéité. Si le découpage initial est grossier, nous allons avoir une densité de VEI faible puisque les zones seront de grande taille et nous serons plus à même de ne pas obtenir les informations nous permettant de détecter les discontinuités. C'est ce qui est mis en évidence sur le mur de droite de la figure 5.3 où les ombres des photos suspendues ne sont pas suréchantillonnées.

5.1.3 Conclusion

Malgré sa simplicité apparente, le critère basé sur la valeur de l'éclairement porté par chaque VEI donne des résultats intéressants. Les grandes zones perturbées sont détectées, ce qui permet de calculer l'image finale sensiblement plus rapidement mais avec une qualité qui n'est pas toujours équivalente à celle obtenue par la méthode entièrement aléatoire. Ceci laisse entrevoir un problème évoqué à la section suivante, concernant le nombre de VEI nécessaire pour interpoler.

Certaines voies restent cependant à explorer et celles qui, d'après nous, donneront les meilleurs résultats, sont les suivantes.

Un critère d'homogénéité avancé

Ce qui est intéressant dans l'utilisation du TSRV, c'est qu'il est possible de choisir les hypothèses que l'on souhaite, pourvu qu'elles permettent de déterminer les probabilités d'apparition de chaque individu. Dans notre cas, le critère d'homogénéité peut donc revêtir une forme plus complexe que celle utilisée jusqu'alors.

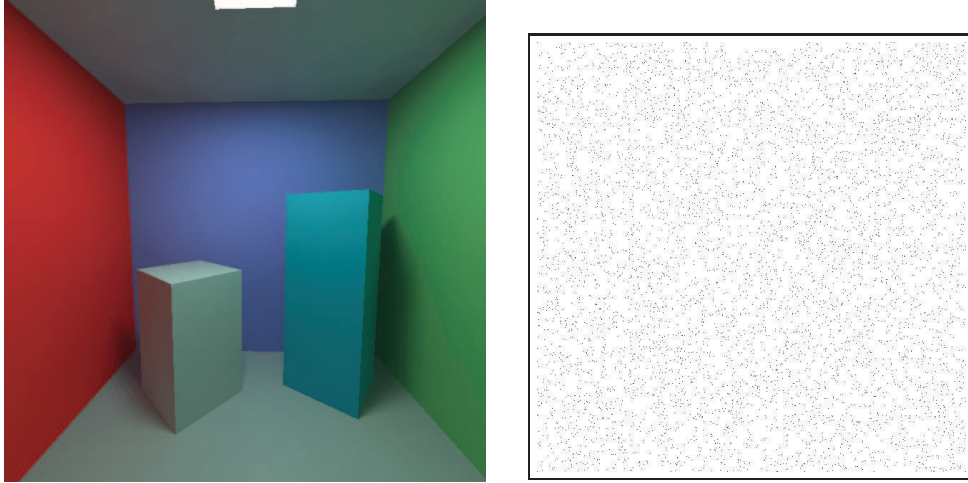
Voilà pourquoi il semble nécessaire de ne pas se limiter à la valeur de l'éclairement P . En effet, comparer des valeurs devient réellement efficace s'il existe une notion de cohérence entre elles. Nous pensons ici particulièrement au fait que les VEI considérés soient calculés sur le même objet ou du moins sur des objets présentant des orientations similaires par rapport à la direction d'observation. De ce fait, les différences qui existent entre des VEI ne devant pas être comparés ne seront pas prises en compte et l'algorithme pourra se consacrer aux uniques variations d'éclairement indirect utilisées par l'interpolation à venir. Bien que le nombre de VEI ne soit pas directement limité dans notre approche, il ne peut pas y en avoir plus que la moitié du nombre de pixels composant l'image (voir plus haut). Il faut donc les placer de la manière la plus représentative possible.

De plus, les images proposées présentent des zones qui, pour un oeil humain sont homogènes et ne nécessiteraient pas d'être suréchantillonnées. Pourtant notre algorithme fait ce découpage et nous imputons cela au fait que nous n'utilisons pas de critère perceptuel. Un modèle de vision serait un atout considérable pour la création du germe par notre méthode.

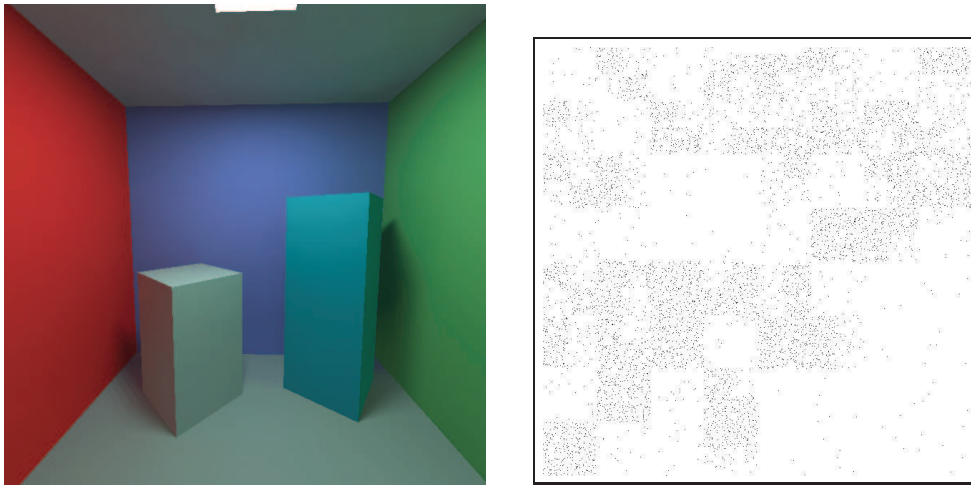
Un découpage adaptatif réellement adapté

Le découpage en *quad-tree* présente l'avantage de la simplicité à la fois de mise en œuvre et d'utilisation, mais il impose des limitations. La plus significative est le manque de cohérence entre les cellules voisines. De ce fait, aux frontières des cellules, des groupes de VEI se forment, l'échantillonnage, quel qu'il soit, n'ayant pas connaissance du taux d'occupation des cellules adjacentes, même lorsqu'elles *sont* sur la même face du même objet.

Ces remarques sont également valables pour tout découpage du plan similaire au *quad-tree* tels que par exemple le *kd-tree*. Il serait alors intéressant d'utiliser un découpage qui suive les contours des objets pour qu'il s'adapte à la distribution des VEI et non qu'il la contraigne.



(a) Germe généré aléatoirement avec distribution des échantillons. $N_{germe} = 6\,000$, $t_{germe} = 6\text{ min }44\text{ s}$. $N_{VEI} = 6\,000$, $t_{image} = 49\text{ min }17\text{ s}$.

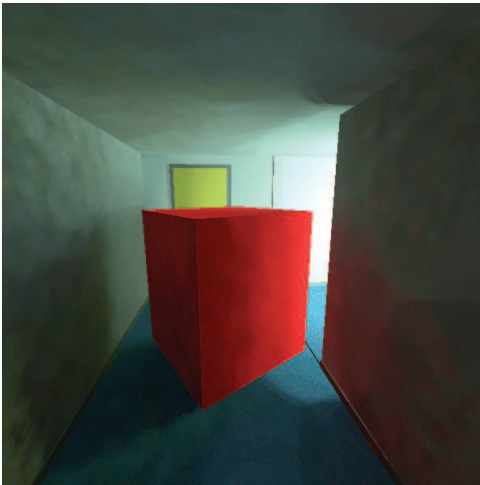


(b) Germe guidé pendant sa phase de création avec distribution des échantillons. $N_{germe} = 6\,000$, $t_{germe} = 4\text{ min }50\text{ s}$. $N_{VEI} = 6\,000$, $t_{image} = 39\text{ min }58\text{ s}$.

Figure 5.1 – *Comparaison pour la scène de la Cornell Box.*

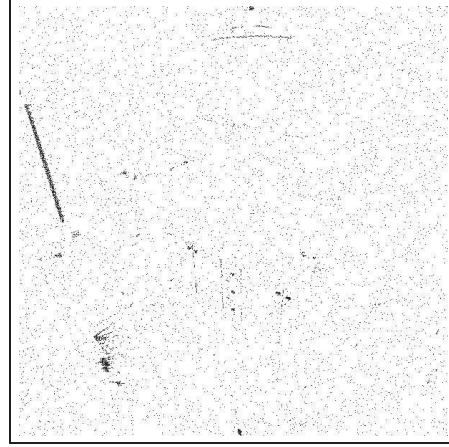


(a) Germe généré aléatoirement avec distribution des échantillons. $N_{germe} = 8\,700$, $t_{germe} = 1\text{ h }3\text{ min}$. $N_{VEI} = 8\,734$, $t_{image} = 1\text{ h }34\text{ min}$.

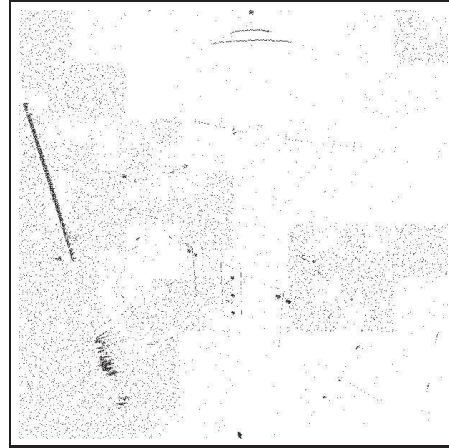


(b) Germe guidé pendant sa phase de création avec distribution des échantillons. $N_{germe} = 8\,700$, $t_{germe} = 59\text{ min }53\text{ s}$. $N_{VEI} = 8\,753$, $t_{image} = 1\text{ h }24\text{ min}$.

Figure 5.2 – Comparaison pour la scène du couloir obstrué. Pour le calcul de cette image nous utilisons également le suivi de chemins.

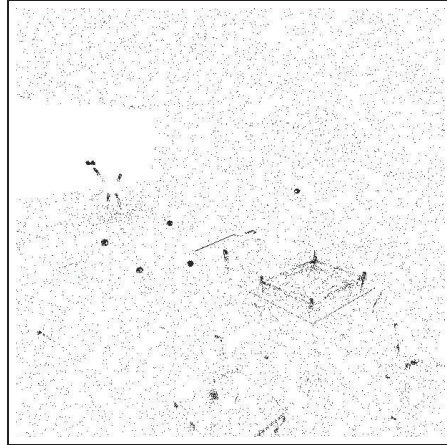


(a) Germe généré aléatoirement avec distribution des échantillons. $N_{germe} = 6\,095$, $t_{germe} = 41\text{ min }3\text{ s}$, $N_{VEI} = 8\,235$, $t_{image} = 1\text{ h }25\text{ min}$.

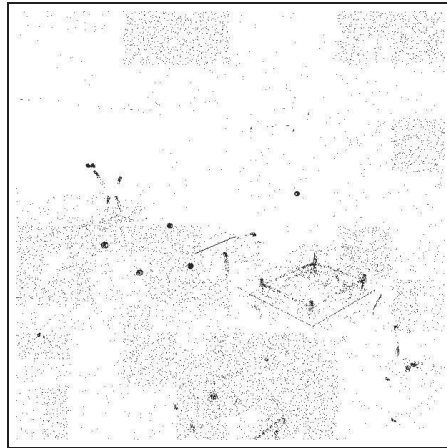


(b) Germe guidé pendant sa phase de création avec distribution des échantillons. $N_{germe} = 6\,095$, $t_{germe} = 39\text{ min }25\text{ s}$, $N_{VEI} = 8\,569$, $t_{image} = 1\text{ h }22\text{ min}$.

Figure 5.3 – *Comparaison pour la scène du laboratoire photo.*



(a) Germe généré aléatoirement avec distribution des échantillons. $N_{germe} = 5\,824$, $t_{germe} = 34\text{ min }41\text{ s}$, $N_{VEI} = 9\,768$, $t_{image} = 4\text{ h }7\text{ min}$.



(b) Germe guidé pendant sa phase de création avec distribution des échantillons. $N_{germe} = 5\,824$, $t_{germe} = 31\text{ min }57\text{ s}$, $N_{VEI} = 9\,680$, $t_{image} = 4\text{ h }6\text{ min}$.

Figure 5.4 – Comparaison pour la scène de la salle à manger.

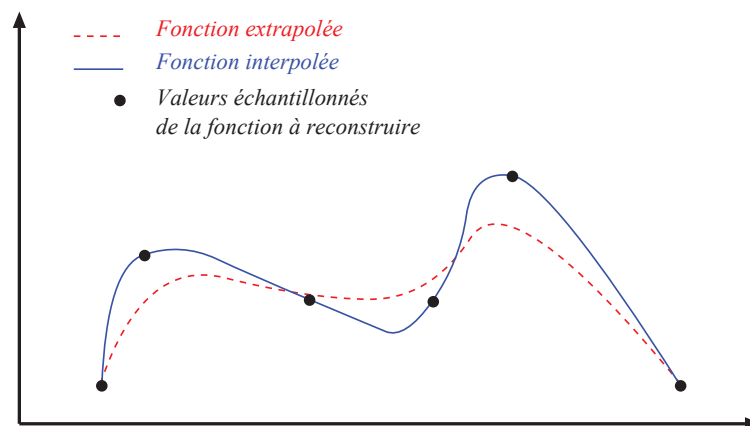


Figure 5.5 – Cette figure permet de mettre en évidence les différences que l'on peut rencontrer en reconstruisant une fonction à partir de données expérimentales. Extrapoler (ou approximer — courbe rouge en pointillés) revient à tenter d'approcher aux mieux les données alors qu'interpoler (courbe bleue pleine) permet de conserver les données dans la fonction reconstruite.

5.2 Visualisation de l'éclairement indirect

Le dernier point, qui n'est pas exactement le calcul des VEI, mais qui est néanmoins nécessaire, reste à traiter. L'interpolation des VEI est au bout de la chaîne du calcul de l'éclairement indirect et revêt une importance toute particulière puisque c'est grâce à elle que nous pourrions visualiser le résultat des calculs menés jusqu'alors.

5.2.1 Reconstruction de l'éclairement indirect

Dans cette section nous nous penchons en particulier sur la façon d'utiliser les calculs faits plus haut pour que la visualisation de l'éclairement indirect se fasse de la meilleure manière possible. C'est un mécanisme de reconstruction qui peut prendre plusieurs formes et mener à des résultats sensiblement différents, selon le choix que l'on fait comme le montre le schéma de la figure 5.5.

- **L'extrapolation ou l'approximation** : les données servent de *point de contrôle* à la fonction qui est reconstruite. Les valeurs calculées ne sont jamais utilisées en tant que telles mais noyées dans la foule de leurs voisines et c'est le groupe qui est visible.

- **L'interpolation** : les données calculées auparavant réapparaissent telles quelles dans la fonction reconstruite. Le but est de *boucher les trous* là où la fonction n'a pas été échantillonnée.

Dans ce qui suit nous allons tenter de nous approcher le plus possible d'une méthode d'interpolation.

5.2.1.1 Motivations

Les paramètres d'entrée de la méthode originale propre à l'interpolation sont au nombre de sept :

- le nombre de VEI générés lors du calcul du germe,
- le nombre minimal de VEI pour pouvoir interpoler,
- le nombre maximal de VEI acceptés lors de l'interpolation,
- le gradient d'éclairement maximum dans le voisinage du point considéré,
- le cosinus de l'angle maximum acceptable entre deux VEI,
- la variance maximale tolérée de l'éclairement entre les VEI validés pour l'interpolation et
- la valeur du terme ambiant utilisé quand l'échantillonnage de la fonction produit une énergie nulle, alors que ce ne devrait pas être le cas. Ceci est précisé dans la section suivante.

A ceux-ci viennent s'ajouter des paramètres internes arbitraires, tels que la distance maximale entre le point courant et le VEI à interpoler ou la *similitude* entre la direction d'observation du point courant et celle utilisée pour calculer le VEI.

Ceci représente un nombre non négligeable de paramètres. De plus, si certains sont facile à comprendre et à ajuster, ce n'est pas le cas du gradient d'éclairement ou encore de la variance maximale entre les VEI — une même scène visualisée avec le même ensemble de VEI peut donner naissance à des images extrêmement différentes pour peu que l'on modifie ces paramètres. De plus, il arrive souvent que la méthode diverge, en fonction (par ordre décroissant de fréquence d'apparition) des matériaux

(des paramètres de la BRDF) utilisés, de la géométrie des objets et de ces paramètres d'interpolation.

Nous avons donc réalisé certaines modifications qui permettent de réduire significativement le nombre de paramètres de la méthode. Le premier a déjà été supprimé par la création d'un germe adapté à la luminance de l'image. Ceci est exposé dans la section précédente. Nous allons à présent nous intéresser à ceux qui restent en expliquant les modifications apportées ainsi que les gains constatés.

5.2.1.2 Modification des critères d'interpolation

Les nouveaux critères d'interpolation, présentés dans l'ordre dans lequel nous les rencontrons lors du calcul d'une image, peuvent se décrire comme suit.

Calcul du terme ambiant

Nous pouvons penser que l'utilisation d'un terme ambiant dans le calcul d'éclairement global tranche avec la notion de photoréalisme et surtout de calcul physiquement plausible, mais pourtant il s'avère indispensable dans certains cas. Le plus flagrant reste celui où un VEI ne reçoit aucune énergie, ce qui va créer une discontinuité dans la reconstruction de la fonction, qui n'a pas forcément lieu d'être.

L'unique cas théorique où un VEI peut ne pas recevoir d'énergie est lorsqu'il est calculé dans une pièce fermée ne contenant pas de source de lumière ! Ceci est, comme nous pouvons l'imaginer, un cas extrêmement rare et nous supposons donc qu'il ne se produira pas.

En pratique, l'apparition d'une valeur nulle pour l'éclairement lors du calcul d'un VEI peut être causée par le fait que, à tout moment, aucune source n'est visible, comme nous l'avons évoqué à la section 4.1. Ceci est fortement réduit lors de l'utilisation du suivi de chemins ou des VEI récursifs, mais peut néanmoins apparaître. C'est donc dans cet unique cas que le terme ambiant apparaît.

Dans la méthode originale, ce terme fixé par l'utilisateur, servait au calcul des VEI tel quel, mais était également modifié par celui-ci. Bien qu'il soit correct de dire que la valeur du terme ambiant devient de plus en plus précise avec le calcul de nombreux VEI, nous voyons apparaître le problème suivant : la valeur du terme ambiant pour le calcul du VEI N est égale à sa valeur lors du calcul du VEI $N - 1$ à laquelle s'ajoute la valeur moyenne de l'éclairement indirect de la scène calculée à l'aide des VEI 1 à

$N - 1$. La valeur de ce terme ambiant ne se stabilisera pas, mais continuera de croître avec le nombre de VEI.

La solution utilisée pour palier ce problème est de se servir des VEI générés pendant le calcul du germe. Pour eux, la valeur du terme ambiant utilisé, si nécessaire, est bien celle fixée arbitrairement par l'utilisateur. Une fois le calcul du germe terminé, une nouvelle valeur du terme ambiant est déduite de l'éclairement indirect parvenant aux points de la scène pour lesquels ces VEI ont été calculés. Par la suite, cette valeur ne sera plus modifiée et de ce fait, la luminosité globale de l'image ne dépendra plus du nombre de VEI générés.

Taille de la zone de recherche

La taille de la zone de recherche (qui, rappelons-le, n'est pas un paramètre de l'algorithme) conditionne le nombre de VEI trouvés lors du processus d'interpolation et par là, la qualité de l'éclairement reconstruit.

Cette taille a également une influence sur d'éventuelles fuites de lumière : trop grande, des VEI peuvent être trouvés de l'autre côté d'un objet et, comme nous ne connaissons pas la géométrie de la scène au moment du calcul de l'éclairement, être pris en compte malgré tout.

Enfin, il ne semble pas pertinent de conserver la même taille pour des scènes représentant un vaste espace comme une salle du musée du Louvre ou bien une salle à manger avec de nombreux petits objets.

Tableau 5.1 – *Taille de la zone de recherche pour les différentes scènes présentées dans ce mémoire.*

Nom de la scène	Taille de la zone (en unités de la scène)
Escargot	1,43
Cornell Box	4,14
Couloir obstrué	1,39
Laboratoire photo	1,92
Salle à manger	4,55
Salle de musée	18,02

Pour éviter les problèmes mentionnés ci-dessus et pour tenter d'adapter la taille de la zone de recherche à la géométrie globale de la scène, nous la déterminons en nous basant sur les informations extraites des VEI générés pendant le calcul du germe.



Figure 5.6 – Une salle de musée, peut-être du Louvre, où le célèbre tableau de la Joconde est exposé. Cette salle est très grande et notre méthode permet d’y adapter la taille de la zone de recherche des VEI.

Chaque VEI , une fois calculé, nous renseigne sur la distance moyenne d_{moy} , des objets de la scène au point où il a été calculé. Voilà pourquoi nous fixons la taille de la zone de recherche, après le calcul du germe, à une valeur correspondant à la moyenne des distances moyenne aux objets, des VEI du germe.

Distance aux objets environnants

La détermination de la taille de la zone de recherche telle qu’elle est décrite ci-dessus, permet de trouver une valeur moyenne qui est adaptée à la scène de manière globale. C’est une excellente chose mais cependant, si nous prenons l’exemple d’un point sur un plafond, il semble normal que la zone de recherche qui lui est associée soit plus étendue que pour un point situé entre les pieds d’une chaise.

Pour adapter la taille de la zone de recherche à la densité locale des objets, nous proposons de la modifier pour chaque point x où l’éclairement indirect est évalué par interpolation. En fait, cette zone reste toujours la même mais nous en extrayons, à l’aide des VEI qui y ont été trouvés, la valeur de d qui correspond au minimum des distances moyennes aux objets environnants.

L’éclairement sera alors reconstruit en ne conservant que les VEI de la zone dont la distance au point courant x est inférieure ou égale à d , comme illustré sur la figure 5.7.

Cette méthode est un peu plus sélective que celle utilisée dans la méthode originale qui modifie le coefficient de pondération des VEI pour l’interpolation en fonction de

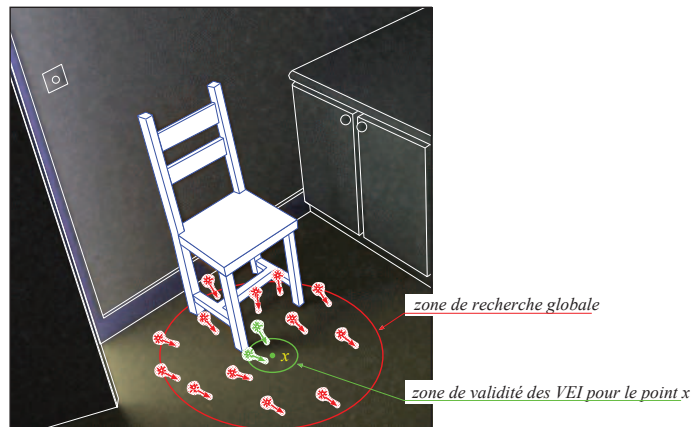


Figure 5.7 – Les VEI qui entrent en jeu pour le calcul de l'éclairement indirect en un point x de la scène sont sélectionnés en fonction de la distance à l'objet le plus proche. Sur cet exemple, seuls les deux VEI dans la zone centrale seront conservés.

$\left(1 - \frac{d}{d_{\text{moy}}}\right)$. Elle permet de supprimer l'influence de VEI qui ne sont pas dans la sphère de validité du point x et ainsi d'obtenir des détails plus fins dans la fonction d'éclairement indirect en forçant le calcul de nouveaux VEI.

Traitement des singularités

Le paramètre σ_{max}^2 de variance maximale entre les VEI agit comme un interrupteur sur le processus d'interpolation. S'il se trouve que le groupe de VEI trouvés dans la zone de recherche présente une variance de ses luminances supérieure à σ_{max}^2 , un nouveau VEI est calculé. Ce processus peut s'avérer coûteux, en fonction de la méthode de calcul utilisée.

Une variance élevée dénote d'une répartition non uniforme de la luminance par rapport à sa valeur moyenne. Ceci peut, en particulier, être causé par une valeur singulière (résultant par exemple de problèmes d'imprécision numérique) qui n'est pas représentative de la fonction échantillonnée.

Pour tenter de vérifier cette hypothèse, nous recherchons, si la variance est supérieure à σ_{max}^2 , le VEI ayant la luminance présentant l'écart à la moyenne le plus important du groupe et nous le retirons de la liste des VEI valides.

Nombre minimal et maximal de VEI pour l'interpolation

Ces deux paramètres, pourtant les plus simples à interpréter, restent sans doute les plus difficiles à régler. L'influence de la limite inférieure dépend du nombre de VEI présents dans la scène. Les variations les plus importantes sont obtenues en modifiant la limite supérieure ; l'image résultante peut apparaître soit fortement bruitée, soit au contraire beaucoup trop lissée, ou encore des fuites entre les zones d'ombre et de lumière peuvent se créer.

Il semble alors difficile de trouver une valeur qui soit valable pour toutes les scènes et comme le fait remarquer J. Zaninetti dans son mémoire de thèse, l'expérience joue beaucoup. H. W. Jensen, propose une méthode d'estimation de densité pour visualiser sa *photon-map* qui semble pouvoir s'adapter automatiquement à la densité de photons. Nous proposons une étude de cette méthode appliquée au calcul des VEI, dans la section 5.2.2.

5.2.2 Interpolation et *photon-map*

Aux vues des similitudes de notre méthode avec la *photon-map* de H. W. Jensen [WJ95, Jen95, Jen96] (cf. 1.4.4), nous avons procédé à des essais en utilisant la technique d'interpolation que lui-même utilise.

Le principe n'est plus de fixer une zone de recherche et de se contenter de ce que l'on y trouve, mais plutôt de rechercher, dans le voisinage du point que nous sommes en train de considérer, un nombre N de VEI. La taille de la zone de recherche est donc modifiée tant que le nombre recherché n'est pas atteint. Ceci revient à rechercher les N VEI les plus proches du point considéré. Cependant, pour éviter que le rayon de recherche devienne trop important dans les zones où la densité d'information est faible, H. W. Jensen propose de ne pas dépasser une valeur maximale, fixée arbitrairement.

L'avantage principal de cette estimation de densité par la méthode des plus proches voisins est d'adapter automatiquement l'interpolation à la densité locale des photons. Les zones à forte concentration ne sont donc pas estompées et, inversement, dans les régions où la densité est faible, l'énergie est répartie sur une zone plus importante, limitant l'apparition de bruit. D'un point de vue purement théorique, cette méthode permet de supprimer le bruit, mais en pratique plusieurs problèmes subsistent. Le premier, évoqué par B. W. Silverman dans [Sil96], est que cette méthode a tendance à ne pas assez lisser les zones à faible concentration. La seconde est plus matérielle : le rayon de la

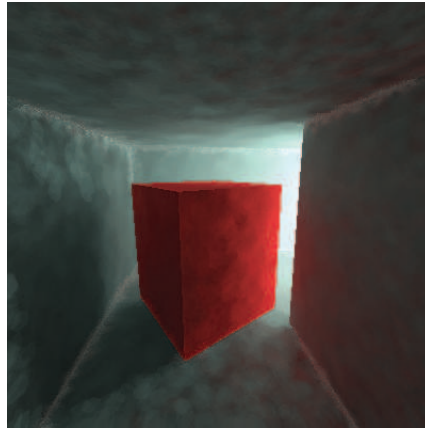


Figure 5.8 – Sur cette image, calculée en interpolant les Vei comme H. W. Jensen interpole ses photons, nous voyons apparaître de nombreuses taches caractéristiques d'une trop faible densité de Vei.

zone de recherche ne dépasse pas une valeur limite fixée par l'utilisateur et il se peut donc que ces mêmes zones à très faible densité, soient bruitées de par une mauvaise reconstruction.

Résultats

Les tests que nous avons pu réaliser ont conduit à des résultats assez surprenants au premier abord. Les images calculées apparaissent fortement bruitées : nous pouvons noter la présence de *zones d'interpolation* caractéristiques comme l'illustre l'image de la figure 5.8.

En fait, cela peut s'expliquer simplement. La densité des Vei dans la scène est réellement faible et la limitation du rayon de recherche apparaît constamment. Ceci permet de soulever un autre problème relatif aux Vei, qui est le difficile héritage du mode de calcul : chaque Vei est calculé dans la scène, c'est à dire dans l'espace objet, mais prend naissance sur le plan image (il y a exactement au plus un Vei par pixel). Des problèmes d'aliasage apparaissent, accentués par la sévérité des critères d'interpolation décrits section 3.1.1.2. Il semble donc, à ce stade, que notre méthode d'interpolation soit la mieux adaptée aux Vei. Le fait de créer un hystérésis donne plus de souplesse au mécanisme d'interpolation tout en lui permettant de réagir à la densité locale de Vei.

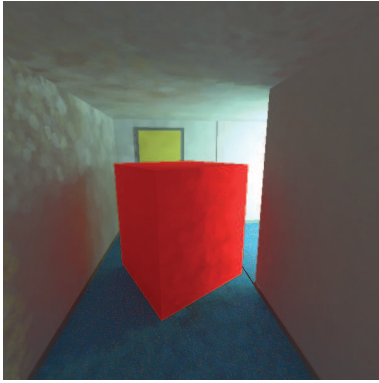
Il est toutefois possible de ne pas limiter le rayon de recherche, ce qui a pour effet de produire une image fortement lissée ne laissant plus apparaître aucun détail dans l'éclai-

rement indirect. Un tel comportement est révélateur d'une densité de VEI constante (du moins sur le plan image) et qui ne s'adapte pas à l'ensemble des discontinuités de la fonction d'éclairement indirect présentes dans la scène, qu'elles soient dues à des phénomènes géométriques ou radiométriques.

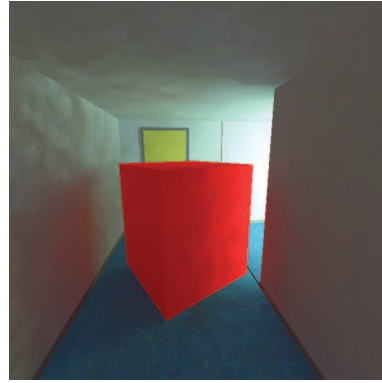
Si la densité de VEI était plus élevée aux alentours de ces discontinuités, une estimation de densité telle que la propose H. W. Jensen serait le moyen le plus adapté pour sélectionner les VEI candidats à l'interpolation. Cependant, l'hypothèse sur laquelle repose le calcul des VEI est que l'éclairement indirect varie lentement et donc, la densité de ces derniers n'a, *a priori*, pas de raison de présenter de fortes variations. Une telle méthode, même appliquée sur une distribution de VEI obtenue par la méthode décrite à la section 5.1, ne permet pas d'obtenir des résultats satisfaisants. La densité de VEI reste encore trop faible. À titre de comparaison, H. W. Jensen utilise couramment 1 000 000 de photons pour simuler les phénomènes d'éclairement global. Nous dépassons rarement 15 000 VEI.

Pour illustrer ces problèmes, nous avons procédé à des essais sur la scène du couloir obstrué en faisant varier, d'un côté le nombre N_{rech} , de VEI demandé pour interpoler et de l'autre N_{germe} . Les résultats obtenus en utilisant la méthode originale de calcul des VEI sont présentés sur les figures 5.9 et 5.10.

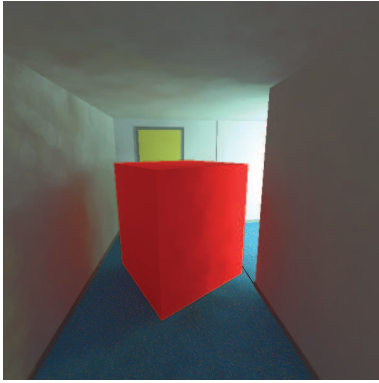
VISUALISATION DE L'ÉCLAIREMENT INDIRECT



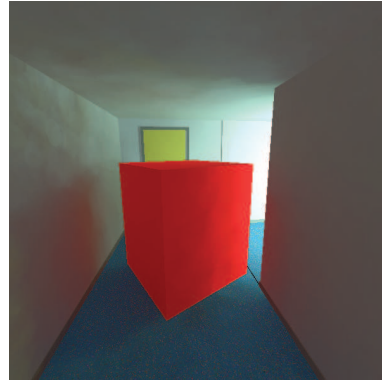
(a) $N_{rech} = 5$, $t_{image} = 6 \text{ min } 43 \text{ s.}$



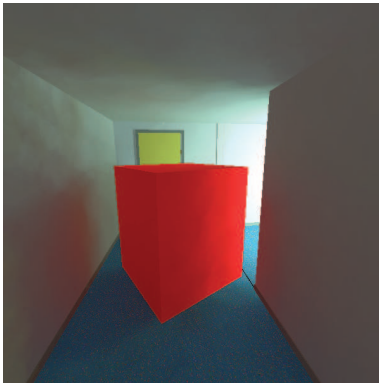
(b) $N_{rech} = 10$, $t_{image} = 7 \text{ min } 20 \text{ s.}$



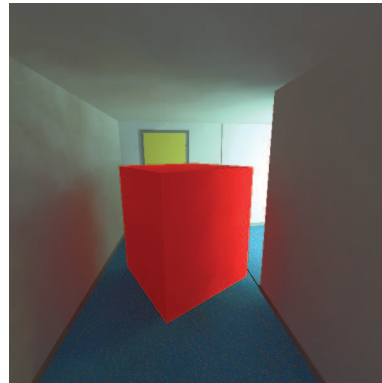
(c) $N_{rech} = 15$, $t_{image} = 10 \text{ min } 21 \text{ s.}$



(d) $N_{rech} = 20$, $t_{image} = 15 \text{ min } 33 \text{ s.}$



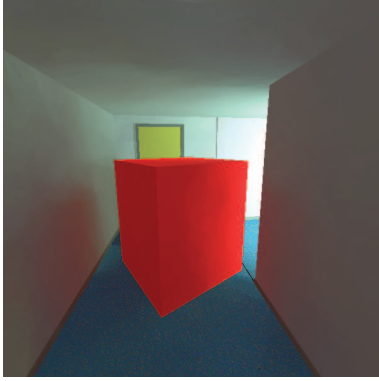
(e) $N_{rech} = 25$, $t_{image} = 27 \text{ min } 55 \text{ s.}$



(f) $N_{rech} = 30$, $t_{image} = 51 \text{ min } 40 \text{ s.}$

Figure 5.9 – Comparaison pour la scène du couloir obstrué des résultats obtenus en faisant varier la taille du noyau utilisé pour l'estimation de densité. $N_{germe} = 8\,100$.

VARIATIONS SUR LE PLAN IMAGE



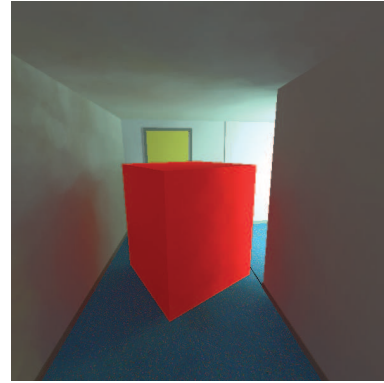
(a) $N_{germe} = 1\,600$, $t_{image} = 5\text{ min }55\text{ s}$.



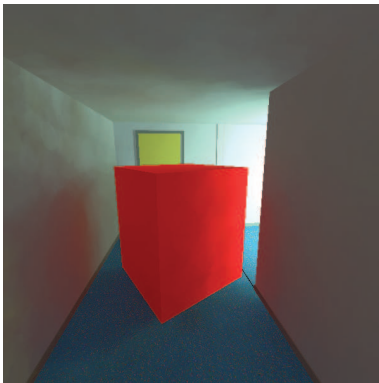
(b) $N_{germe} = 2\,500$, $t_{image} = 7\text{ min }20\text{ s}$.



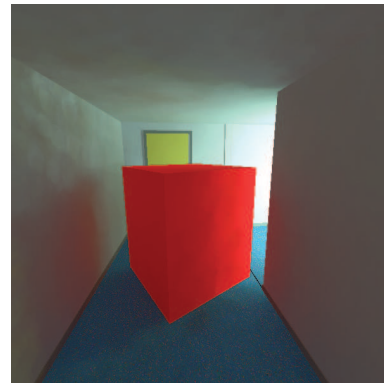
(c) $N_{germe} = 3\,600$, $t_{image} = 10\text{ min }21\text{ s}$.



(d) $N_{germe} = 4\,900$, $t_{image} = 15\text{ min }33\text{ s}$.



(e) $N_{germe} = 6\,400$, $t_{image} = 27\text{ min }55\text{ s}$.



(f) $N_{germe} = 10\,000$, $t_{image} = 51\text{ min }40\text{ s}$.

Figure 5.10 – Comparaison pour la scène du couloir obstrué des résultats obtenus en faisant varier la densité des VEI présents dans la scène pour un processus d'interpolation utilisant une estimation de densité. $N_{rech} = 20$.

5.3 Bilan des variations sur le plan image

Les points abordés dans ce chapitre nous ont permis de mettre en évidence l'utilité de générer un germe de VEI qui présente un degré de cohérence avec les variations de l'éclairement indirect. Même si la simplicité des critères mis en œuvre ne permet pas encore d'obtenir des résultats réellement intéressants, ils donnent bon espoir quant à l'intégration de critères géométriques mais également perceptuels.

Les modifications apportées aux processus d'interpolation ont permis de donner plus de souplesse et d'adaptabilité à la méthode.

L'utilisation des résultats obtenus lors du calcul du germe de VEI permet de réduire l'influence de l'utilisation d'un terme ambiant et d'adapter le mécanisme d'interpolation à la taille et à l'encombrement de la scène.

Ce processus, de par le faible nombre de VEI générés, ne profite pas de l'utilisation de l'estimation de densité comme cela est fait pour la *photon map*. Cela sera certainement à reconsidérer lorsque des critères plus avancés seront utilisés pour guider la création du germe et que la densité de ce dernier variera de manière plus significative aux alentours des discontinuités.

De ce chapitre il ressort cependant que de nombreux points restent à traiter en ce qui concerne la phase d'interpolation. Cette dernière est sans aucun doute la plus sensible du calcul de l'éclairement indirect utilisant les VEI et ses paramètres sont les plus délicats à régler. Si nous combinons l'utilisation de toutes les modifications proposées dans ce mémoire, les paramètres de l'interpolation sont les seuls à subsister. Le nombre de VEI pour calculer le germe, le nombre de rayons pour calculer un VEI et la profondeur de récursion du calcul des VEI, sont autant de paramètres qui ont été supprimés et automatisés.

Conclusion

L'importance de la prise en compte de l'éclairage global dans le cadre d'images de synthèse photoréalistes n'est plus à démontrer. Cela reste tout de même un processus long et coûteux qu'il est difficile d'utiliser. De nombreuses méthodes ont été proposées pour résoudre ce problème et plus particulièrement celui de l'éclairage indirect. Parmi celles-là, nous comptons les vecteurs d'éclairage indirect. Cette toute jeune méthode présente de nombreux avantages comme de faibles temps de calcul, ou encore des images peu bruitées. Cependant elle propose de nombreux mécanismes qui utilisent de nombreuses heuristiques et de nombreuses valeurs arbitraires pour certains seuils de validité. De plus, du fait de certains choix, la méthode est biaisée et ne permet pas toujours de parcourir l'intégralité des chemins lumineux représentatifs de l'éclairage indirect.

Le travail que nous avons présenté a permis de combler certaines de ces lacunes, en proposant différentes méthodes de calcul et en permettant de rendre ces calculs le plus automatique et le plus adaptatif possible.

Ainsi, nous nous sommes tout d'abord penchés sur la notion de VEI en tant qu'entité et nous avons tenté de comprendre comment il est possible de le calculer plus efficacement.

La première amélioration est l'utilisation du suivi de chemins qui permet de prendre en compte un plus grand nombre de parcours lumineux si l'on compare avec la méthode originale et en beaucoup moins de temps que la méthode des VEI récursifs. De plus, cela permet de supprimer le biais dû à la limitation de la profondeur de récursion : la longueur des chemins n'étant pas connue par avance, ils se terminent de manière probabiliste.

L'utilisation de cette méthode pour le calcul des VEI nous a amené à nous poser la question de savoir s'il est possible de remplacer la recherche d'informations en largeur

(un grand nombre de rayons pour chaque VEI) par une recherche en profondeur (un nombre moins élevé de chemins, pour calculer un VEI). La réponse est non et les deux approches sont nécessaires.

À cette constatation, nous avons également ajouté le fait que la recherche en largeur d'informations peut être modulée par la nature de la scène et plus encore par la nature de l'éclairement indirect. Nous proposons de faire varier le nombre de rayons, ou de chemins, utilisés pour calculer un VEI en fonction de la variation de l'éclairement incident au point où celui-ci est calculé.

L'utilisation de la variance de l'éclairement comme critère d'homogénéité a permis de révéler l'utilité d'un tel procédé. Nous avons vu comment obtenir des images visuellement identiques à celles de la méthode originale, en des temps réduits et en utilisant, en moyenne, moins de rayons.

Nous avons encore renforcé cette adaptabilité du calcul des VEI en utilisant une partie d'un ensemble de méthodes statistiques plus complexes, connues sous le nom d'analyse séquentielle. Grâce au TSRV, le nombre de rayons utilisés pour calculer un VEI n'est pas fixé à l'avance (comme c'est le cas pour la méthode originale) et n'est pas non plus limité (comme il peut l'être pour la méthode évoquée précédemment). De ce fait, le calcul s'adapte réellement aux variations de l'éclairement indirect incident au point où le VEI est évalué.

Ces résultats intéressants obtenus pour le calcul d'un VEI nous ont incité à nous pencher sur le reste de la méthode, à savoir le calcul du germe de VEI et le processus d'interpolation.

De la même manière qu'il est possible d'adapter le nombre et la disposition des rayons pour calculer un VEI, nous avons montré qu'il est possible de guider le positionnement des VEI générés lors du calcul du germe. Là encore, le TSRV permet de disposer d'autant de VEI que nécessaires pour décrire les variations de l'éclairement sur le plan image. Le modèle proposé reste incomplet, mais permet de fonder des espoirs dans son développement.

Enfin, le dernier point que nous avons amélioré est le processus d'interpolation qui permet, lors de la phase de rendu, de visualiser l'éclairement indirect. Ce processus souffrait de l'utilisation de paramètres arbitraires et empiriques comme seuils de validité.

Le fait de déterminer le terme ambiant et le rayons de recherche des VEI en utilisant les informations contenues dans le germe permet de réduire le nombre de ces paramètres arbitraires et de donner plus de souplesse à la méthode en lui permettant de s'adapter automatiquement à la géométrie et à l'éclairement de chaque scène.

Limiter la distance de validité des VEI en fonction de la distance moyenne aux objets renforce ce qui existait déjà dans la méthode originale et permet de mieux s'adapter aux détails présents dans l'éclairement indirect.

Le traitement par suppression des singularités d'échantillonnage apporte plus de stabilité à la méthode et évitant trop de calculs forcés de VEI. De ce fait, les temps de calculs sont également améliorés puisqu'il est possible de réussir une interpolation plus souvent.

Nous avons donc permis à la méthode de faire un pas en avant significatif en lui permettant de parcourir un plus grand nombre de chemins lumineux, en lui laissant la possibilité de s'adapter à la nature de l'éclairement indirect et en réduisant le nombre de paramètres nécessaires à son utilisation. Des images alliant le calcul guidé du germe, l'utilisation de l'analyse séquentielle et du suivi de chemins pour le calcul des VEI, sont présentées pages 126 et 127

Cependant, il reste encore certains points sur lesquels nous désirons travailler. En effet, le suivi de chemins introduit une autre forme de bruit sur l'image et le mécanisme employé gagnerait à être plus sophistiqué en guidant ces chemins vers les zones fortement éclairées de la scène.

La génération du germe utilisant le TSRV s'avère extrêmement difficile à utiliser de par les faibles variations que présente l'éclairement indirect. Des critères d'homogénéité plus avancés, utilisant des notions géométriques et photométriques en plus des notions radiométriques semblent nécessaires à un meilleur découpage de l'espace image.

Le plus important reste cependant le processus d'interpolation dans lequel de nombreuses imperfections subsistent. Il semblerait intéressant d'utiliser des critères plus avancés et d'utiliser encore plus la cohérence de l'éclairement que nous rencontrons en parcourant les VEI déjà calculés.



Figure 5.11 – *La salle à manger.*



Figure 5.12 – *La salle de musée.*



Figure 5.13 – *La salle de classe.*

Bibliographie

- [AA89] N. Abboud and J.F. Audroing. *Probabilités et inférences statistiques*. Nathan Supérieur/Economie, 1989.
- [AP85] J. M. Augenbaum and C. S. Peskin. On the construction of the Voronoi mesh on a sphere. *J. Computational Physics*, 59:177–192, 1985.
- [App68] Arthur Appel. Some techniques for shading machine renderings of solids. In *AFIPS 1968 Spring Joint Computer Conf.*, volume 32, pages 37–45, 1968.
- [Bei86] Michel Beigbeder. Un développement pour la modélisation et la visualisation en synthèse d’images. In *CAO et robotique en architecture et BTP. Actes des journées internationales*, pages 349–358, Marseille, Juin 1986.
- [Ben95] Jon Louis Bentley. Multidimensionnal binary search trees used for associative searching. *Comm. of the ACM*, 18(9):509–517, 1995.
- [Ber77] Marcel Berger. *Géométrie 5/La sphère pour elle-même, géométrie hyperbolique, l’espace des sphères*. CEDIC/FERNAND NATHAN, 1977. ISBN 2-7124-0705-9 (volume 5).
- [Büh70] Hans Bühlmann. *Mathematical methods in risk theory*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1970.
- [Cal98] P. Callet. *Couleur-lumière... Couleur-matière*. Diderot multimédia – collection *Sciences en actes*, 1998.
- [CCWG88] Michael F. Cohen, Shenchang Eric Chen, John R. Wallace, and Donald P. Greenberg. A progressive refinement approach to fast radiosity image generation. *Computer Graphics*, 22(4):75–84, aug 1988.

BIBLIOGRAPHIE

- [CCY67] Roger R. Coveyou, V. Cain, and K. Yost. Adjoint and importance in monte carlo applications. In *Nuclear Science and Engineering*, volume 27, pages 219–234, 1967.
- [Cha01] Johan Charlot. *Milieux participants en synthèse d'images*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne, mai 2001.
- [CIE26] *CIE Proceedings 1924*. Cambridge University Press, 1926.
- [CRMT91] Shenchang Eric Chen, Holly E. Rushmeier, Gavin Miller, and Douglass Turner. A progressive multi-pass method for global illumination. *Computer Graphics (SIGGRAPH '91 Proceedings)*, 25(4):165–174, jul 1991.
- [DW94] Philip Dutre and Yves D. Willems. Importance-Driven Monte Carlo Light Tracing. In *Fifth Eurographics Workshop on Rendering*, pages 185–194, Darmstadt, Germany, jun 1994.
- [DW95] Ph. Dutre and Y. D. Willems. Potential-driven monte carlo particle tracing for diffuse environments with adaptive probability density functions. In *Rendering Techniques '95 (Proceedings of the Sixth Eurographics Workshop on Rendering)*, pages 306–315, New York, 1995. Springer-Verlag.
- [Elb92] Mounir Elbaz. *Les diagrammes de Voronoï et de Delaunay dans le plan et dans l'espace*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne, Saint-Etienne, France, 1992.
- [FP00] J.P. Farrugia and B. Péroche. A perceptual image metric in computer graphics. In *Proceedings of CGIP 2000*, pages 13–17, 2000.
- [Gla95] Andrew S. Glassner. *Principles of Digital Image Synthesis*. Morgan Kaufmann Publisher, Inc., 1995.
- [Gou71] H. Gouraud. Continuous shading of curved surfaces. *IEEE Transactions on Computers*, C-20(6):623–629, jun 1971.
- [Gov87] Zakkula Govindarajulu. *The sequential statistical analysis of hypothesis testing, point and interval estimation, and decision theory*. American Sciences Press, Inc., 1987.

BIBLIOGRAPHIE

- [GS85] Leonidas Guibas and Jorge Stolfi. Primitives for the manipulation of general subdivisions and the computation of Voronoï diagrams. *ACM Transactions on Graphics*, 4(2):74–123, apr 1985.
- [GTGB84] C. M. Goral, K. E. Torrance, D. P. Greenberg, and B. Battaile. Modeling the interaction of light between diffuse surfaces. In H. Christiansen, editor, *SIGGRAPH '84 Conference Proceedings (Minneapolis, MN, July 23-27, 1984)*, pages 213–222. ACM, jul 1984.
- [HH64] J.M. Hammersley and D.C. Handscomb. *Monte Carlo methods*. Chapman and Hall, 1964.
- [HSA91] Pat Hanrahan, David Salzman, and Larry Aupperle. A rapid hierarchical radiosity algorithm. *Computer Graphics (SIGGRAPH '91 Proceedings)*, 25(4):197–206, jul 1991.
- [Ieh00] Jean-Claude Iehl. *Études sur le lancer de rayons spectral*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne, Saint-Etienne, France, Novembre 2000.
- [Ins86] American National Standard Institute. *ANSI standard nomenclature and definitions for illuminating engineering*. ANSI/IES RP-16-1986, Illuminatin Engineering Society, 345 East 47th Street, New York, NY 10017, jun 1986.
- [JC98] Henrik Wann Jensen and Per H. Christensen. Efficient simulation of light transport in scenes with participating media using photon maps. *Computer Graphics*, 32(Annual Conference Series):311–320, aug 1998.
- [Jen95] Henrik Wann Jensen. Importance Driven Path Tracing Using the Photon Map. In P. M. Hanrahan and W. Purgathofer, editors, *Rendering Techniques '95 (Proceedings of the Sixth Eurographics Workshop on Rendering)*, pages 326–335, New York, NY, 1995. Springer-Verlag.
- [Jen96] Henrik Wann Jensen. Global illumination using photon maps. In Xavier Pueyo and Peter Schröder, editors, *Eurographics Rendering Workshop 1996*, pages 21–30, New York City, NY, jun 1996. Eurographics, Springer Wien. ISBN 3-211-82883-4.

BIBLIOGRAPHIE

- [Jen97] Henrik Wann Jensen. Rendering caustics on non-lambertian surfaces. *Computer Graphics Forum*, 16(1):57–64, 1997. ISSN 0167-7055.
- [Kaj86] J. T. Kajiya. The rendering equation. In David C. Evans and Russell J. Athay, editors, *Computer Graphics (SIGGRAPH '86 Proceedings)*, volume 20, pages 143–150, aug 1986.
- [Kel96] Alexander Keller. Quasi-monte carlo methods in computer graphics. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 76(3):109–112, 1996.
- [Laf96] Eric Lafortune. *Mathematical Models and Monte Carlo Algorithms for Physically Based Rendering*. Ph.D. thesis, Department of Computer Science, Katholieke Universiteit Leuven, Leuven, Belgium, feb 1996.
- [LRP97] Gregory Ward Larson, Holly Rushmeier, and Christine Piatko. A Visibility Matching Tone Reproduction Operator for High Dynamic Range Scenes. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 3(4):291–306, oct 1997.
- [LW93] Eric P. Lafortune and Yves D. Willems. Bi-directional Path Tracing. In H. P. Santo, editor, *Proceedings of Third International Conference on Computational Graphics and Visualization Techniques (Compugraphics '93)*, pages 145–153, Alvor, Portugal, dec 1993.
- [LW94] E. P. Lafortune and Y. D. Willems. A theoretical framework for physically based rendering. *Computer Graphics Forum*, 13(2):97–107, jun 1994.
- [Mai96] Jean-Luc Maillot. *Pseudo-réalisme et progressivité pour le tracé de rayons*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne, Saint-Etienne, France, 1996.
- [MF92] Michael McCool and Eugene Fiume. Hierarchical poisson disk sampling distributions. In *Proceedings of Graphics Interface '92*, pages 94–105, may 1992.
- [NN85] Tomoyuki Nishita and Eihachiro Nakamae. Continuous tone representation of 3-D objects taking account of shadows and interreflection. *Computer Graphics (SIGGRAPH '85 Proceedings)*, 19(3):23–30, jul 1985.

BIBLIOGRAPHIE

- [OBS92] Atsuyuki Okabe, Barry Boots, and Kokichi Sugihara. *Spatial Tessellations – Concepts and Applications of Voronoi Diagrams*. Wiley series in probability and mathematical statistics, 1992.
- [PM93] S. N. Pattanaik and S. P. Mudur. The potential equation and importance in illumination computations. *Computer Graphics Forum*, 12(2):131–136, June 1993.
- [Roe93] Marc Roelens. *Un Environnement pour le Tracé de Rayons utilisant une Modélisation par Arbre de Construction*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne, France, Fevrier 1993.
- [Rou98] Gilles Rougeron. *Problèmes liés à la couleur en synthèse d’images*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne, France, Janvier 1998.
- [Sch94] Christophe Schlick. Quantization techniques for the visualization of high dynamic range pictures. In Peter Shirley Georgios Sakas and Stefan Müller, editors, *Photorealistic Rendering Techniques*, Eurographics, pages 7–20. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1994.
- [Shi96] Peter Shirley. Monte Carlo Methods for Rendering. In *ACM SIGGRAPH ’96 Course Notes CD-ROM - Global Illumination in Architecture and Entertainment*, chapter Appendix C, pages 1–26. 1996.
- [Sil89] François Sillion. *Simulation de l’éclairage pour la synthèse d’images : réalisme et interactivité*. PhD thesis, Université de Paris-Sud, France, jun 1989.
- [Sil96] B.W. Silverman. *Density estimation for statistics and data analysis*. Chapman & Hall, 1996.
- [SP01] X. Serpaggi and B. Péroche. An adaptive method for indirect illumination using light vectors. In *Computer Graphics Forum (Proceedings of Eurographics 2001)*, volume 20, sep 2001.
- [SS00] Maryann Simmons and Carlo H. Séquin. Tapestry: A dynamic mesh-based display representation for interactive rendering. *11th Eurographics Workshop on Rendering*, pages 329–340, June 2000.

BIBLIOGRAPHIE

- [Tho86] S. W. Thomas. Dispersive refraction in ray tracing. *The Visual Computer*, 2(1):3–8, January 1986.
- [TR93] Jack Tumblin and Holly E. Rushmeier. Tone reproduction for realistic images. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 13(6):42–48, nov 1993. also appeared as Tech. Report GIT-GVU-91-13, Graphics, Visualization & Usability Center, Coll. of Computing, Georgia Institute of Tech.
- [VG94] Eric Veach and Leonidas Guibas. Bidirectional Estimators for Light Transport. In *Fifth Eurographics Workshop on Rendering*, pages 147–162, Darmstadt, Germany, jun 1994.
- [VG95] Eric Veach and Leonidas J. Guibas. Optimally Combining Sampling Techniques for Monte Carlo Rendering. In *Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, 1995 (ACM SIGGRAPH '95 Proceedings)*, pages 419–428, 1995.
- [VG97] Eric Veach and Leonidas J. Guibas. Metropolis light transport. In Turner Whitted, editor, *SIGGRAPH 97 Conference Proceedings*, Annual Conference Series, pages 65–76. ACM SIGGRAPH, Addison Wesley, aug 1997. ISBN 0-89791-896-7.
- [Wal47] Abraham Wald. *Sequential Analysis*. Wiley Publications in Statistics, 1947.
- [War94] Greg Ward. A contrast-based scalefactor for luminance display. In Paul Heckbert, editor, *Graphics Gems IV*, pages 415–421. Academic Press, Boston, 1994.
- [WCG87] John R. Wallace, Michael F. Cohen, and Donald P. Greenberg. A two-pass solution to the rendering equation: A synthesis of ray tracing and radiosity methods. *Computer Graphics (SIGGRAPH '87 Proceedings)*, 21(4):311–320, jul 1987.
- [WH92] Gregory J. Ward and Paul Heckbert. Irradiance gradients. *Third Eurographics Workshop on Rendering*, pages 85–98, may 1992.
- [Whi80] Turner Whitted. An improved illumination model for shaded display. *CACM*, 1980, 23(6):343–349, 1980.

BIBLIOGRAPHIE

- [WJ95] Henrik Wann Jensen and Niels Jørgen Christensen. Photon maps in bi-directional Monte Carlo ray tracing of complex objects. *Computers and Graphics*, 19(2):215–??, mar–apr 1995.
- [WRC88] Gregory J. Ward, Francis M. Rubinstein, and Robert D. Clear. A ray tracing solution for diffuse interreflection. *Computer Graphics (SIGGRAPH '88 Proceedings) held in Atlanta, Georgia; 1-5 August 1988*, 22(4):85–92, aug 1988.
- [WSBW01] I. Wald, P. Slusallek, C. Benthin, and M. Wagner. Interactive rendering with coherent ray tracing. In *Computer Graphics Forum (Proceedings of Eurographics 2001)*, volume 20, sep 2001.
- [Zan98] Jacques Zaninetti. *Modélisation vectorielle de l'éclairage global en lancer de rayons*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne, France, Octobre 1998.
- [ZSP98] Jacques Zaninetti, Xavier Serpaggi, and Bernard Péroche. A vector approach for global illumination in ray tracing. *Computer Graphics Forum*, 17(3):149–158, 1998. ISSN 1067-7055.

BIBLIOGRAPHIE

Annexe A

Grandeurs photométriques

Cette annexe a pour but de présenter, sous forme synthétique, les différentes grandeurs radiométriques et photométriques utilisées en synthèse d'images ainsi que leurs unités et leur noms équivalents en langue anglaise.

Il est important de faire la différence entre les deux notions que sont la radiométrie et la photométrie. La première a été la plus utilisée au début de la synthèse d'image puis, avec l'avènement des algorithmes dits psycho-visuels et la prise en compte de l'observateur en tant qu'être humain, la seconde prend une place de plus en plus importante. Voici un résumé de ce que sont ces deux sciences :

La *radiométrie* s'attache à mesurer la lumière sur l'intégralité du spectre électromagnétique. En pratique, cela va de l'ultraviolet (100 nm à 380 nm) à l'infrarouge (780 nm à 1 000 nm) en passant évidemment par le domaine visible (380 nm à 780 nm). Les données sont utilisées telles quelles et les termes et unités standardisés sont disponibles dans la publication de l'ANSI [Ins86].

La *photométrie*, quant à elle, ne mesure la lumière que sur le domaine visible du spectre électromagnétique. De plus, les valeurs observées ne sont pas utilisées telles quelles, mais sont pondérées en fonction de la réponse moyenne du système visuel humain sur la plage de fréquences considérées. En ce sens, nous pouvons dire que la photométrie est une science qui permet d'étudier la lumière d'un point de vue perceptuel et donc subjectif. Cette subjectivité est toutefois atténuée puisque les valeurs utilisées pour la pondération sont des moyennes obtenues après des tests sur de nombreuses personnes. Ces tests, menés en 1924, ont conduit à la définition du *modèle d'observateur standard* publié en 1926 par la Commission internationale d'éclairage [CIE26].

Tableau A.1 – Termes radiométriques et photométriques couramment rencontrés en synthèse d'image et leurs unités

Dénomination française	Terme et unité	Dénomination anglaise
flux	$\Phi_e [Watt]$	flux
luminance	$dL(x, \vec{\omega}) = \frac{d^2\Phi_e}{dA \cos\Theta d\omega} [W.m^{-2}.sr^{-1}]$	radiance
éclairement	$dE(x) = \frac{d^2\Phi_{incidente}}{dA} [W.m^{-2}]$	irradiance
exitance ou radiosité	$dM(x) = \frac{d^2\Phi_{rayonnée}}{dA} [W.m^{-2}]$	exitance or radiosity
intensité	$dI(x, \vec{\omega}) = \frac{d^2\Phi_e}{d\omega} [W.sr^{-1}]$	radiant intensity
réflectance	$dr = \frac{d^2\Phi_{réfléchi}}{d\Phi_{incident}}$	reflectance
transmittance	$dt = \frac{d^2\Phi_{transmis}}{d\Phi_{incident}}$	transmittance
flux lumineux	$\Phi = 683 \int_0^\infty \Phi_e(\lambda) U(\lambda) d\lambda [lumen]$	luminous power

Annexe B

Statistiques — probabilités : quelques bases

Statistiques et probabilités sont deux domaines d'étude à la fois extrêmement différents et extrêmement liés. Les statistiques pourraient être considérées comme plus anciennes puisque déjà les égyptiens s'en servaient pour étudier leur population. Mais cette étude était menée dans le but de faire des prévisions sur les impôts à prélever et donc la somme qui sera reçue en fonction de cette population, ce qui se rapproche sensiblement du domaine des probabilités...

Des ouvrages de référence que nous avons consultés, soit pour la rédaction de cette annexe [AA89, Böh70], soit à simple but d'information, aucun n'explique les statistiques sans d'abord faire une introduction, voire plus, aux probabilités. Nous suivrons donc ici la même démarche pour présenter de manière succincte les bases nécessaires à la compréhension des outils utilisés dans ce mémoire comme les méthodes de Monte Carlo ou encore l'analyse séquentielle.

La théorie des probabilités date du dix-septième siècle et a été élaborée pour étudier les phénomènes liés aux jeux de hasard. Une probabilité est en fait une mesure de la chance d'apparition d'un événement aléatoire avant que celui-ci ne se produise. Cette mesure est bornée et prend des valeurs comprises dans l'intervalle $[0, 1]$, où la chance d'apparition augmente avec sa valeur ; 1 représentant l'événement certain.

Pour aller un peu plus loin et commencer à introduire les statistiques, nous pouvons distinguer deux types de probabilités : les probabilités *a priori* qui résultent d'une appréciation subjective ou d'une hypothèse *a priori* et les probabilités *a posteriori* qui

sont définies à l'issue d'un grand nombre d'expériences supposées réalisées dans des conditions semblables. Ces dernières sont en fait des probabilités statistiques définies avec une certaine incertitude.

B.1 Variables aléatoires

Soit (Ω, p) un espace probabilisé (une famille de réels positifs sommable de somme 1). Une variable aléatoire X à valeurs dans un ensemble E , définie sur (Ω, p) , est une application définie sur Ω , à valeurs dans l'ensemble E .

Nous pouvons voir cela différemment en disant qu'une variable aléatoire X prend certaines valeurs en fonction d'une probabilité connue. Nous parlons alors de loi de probabilité et cette dernière est décrite à l'aide d'une fonction de distribution cumulative (voir section suivante) de la variable X :

$$F_X(x) = P[X \leq x]. \quad (\text{B-1})$$

$P[X \leq x]$ est la probabilité que la variable X prenne une valeur inférieure ou égale à x .

Variable uniforme

Une variable est dite uniforme si ses valeurs sont équiprobables et réparties uniformément sur son intervalle de définition.

Variable discrète – variable continue

La différence entre ces deux types de variable vient uniquement de l'ensemble dans lequel elles prennent leurs valeurs. Une variable discrète est tirée dans un ensemble discret, c'est à dire dont la taille est finie alors qu'une variable continue tire ses valeurs d'un ensemble à valeurs continues. Ceci induit des différences dans les méthodes de calcul de grandeurs telle que l'espérance ou la variance, mais les concepts sous-jacents restent les mêmes.

Variables indépendantes

Deux événements sont dits indépendants si les chances de réalisation de l'un n'influent pas sur la réalisation, ou la non-réalisation, de l'autre.

De plus, nous avons le résultat important suivant. Lorsque deux variables aléatoires X et Y sont indépendantes, la loi de probabilité du couple (X, Y) est telle que :

$$P[X, Y] = P[X] \cdot P[Y] \quad (\text{B-2})$$

B.2 Fonctions associées aux variables aléatoires

Il existe deux fonction essentielles associées aux variable aléatoires. La première est la fonction de distribution cumulative. Celle-ci est utilisée pour définir la seconde, beaucoup plus utilisée dans notre domaine, qui est la fonction de densité de probabilité.

Fonction de distribution cumulative

Soit une variable aléatoire X . La probabilité que X prenne une valeur inférieure à x est décrite par la fonction $F(x)$. Cette fonction est appelée fonction de distribution cumulative de la variable X .

$F(x)$ représente une probabilité et donc, quel que soit x , on a $0 \leq F(x) \leq 1$. De plus, si pour deux valeurs x_1 et x_2 on a $x_1 \leq x_2$, alors la probabilité que x soit inférieur à x_2 est supérieure à la probabilité que x soit inférieur à x_1 . De ce fait, $F(x_2) \geq F(x_1)$, ce qui signifie que si x croît, la fonction $F(x)$ ne peut pas décroître (ce qui justifie sa dénomination de cumulative).

De cela, nous pouvons déduire l'information intéressante suivante. Quel que soient deux nombres a et b tels que $a < b$, la probabilité que la variable aléatoire X soit telle que $a \leq X < b$, est égale à $F(b) - F(a)$.

Si X est une variable discrète, la fonction de distribution cumulative prend la forme d'une fonction en escaliers qui présente autant de marches qu'il y a de valeurs possibles pour X .

Fonction de densité de probabilité

Nous venons de voir, au paragraphe précédent, ce qu'est une fonction de distribution cumulative associée à une variable aléatoire X . Nous avons également souligné le résultat important qui veut que $F\left(x + \frac{\Delta}{2}\right) - F\left(x - \frac{\Delta}{2}\right)$ représente la probabilité que $x - \frac{\Delta}{2} \leq X < x + \frac{\Delta}{2}$ ($\Delta > 0$). La densité de probabilité de la variable aléatoire X est

alors définie par :

$$f(x) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{F\left(x + \frac{\Delta}{2}\right) - F\left(x - \frac{\Delta}{2}\right)}{\Delta} \quad (\text{B-3})$$

pour peu que cette limite existe. Cette fonction est également connue par son acronyme anglais *p.d.f.*

Un résultat intéressant concernant cette fonction est celui-ci : la probabilité que X prenne une valeur comprise entre x_1 et x_2 ($x_1 < x_2$) , est donnée par l'intégrale de f sur l'intervalle $[x_1, x_2]$.

Enfin, il est important de noter que cette fonction n'existe pas toujours. Par exemple, dans le cas où X est une variable aléatoire discrète, sa fonction de densité de probabilité n'existe pas.

B.3 Espérance

Dans le cas d'une variable aléatoire X , l'espérance mathématique correspond à la somme (discrète ou continue, selon la nature de la variable) des valeurs possibles pondérées par leur probabilité d'apparition et se note $E(X)$.

Dans le cas d'une variable discrète, nous avons :

$$E(X) = \sum_{i=1}^n p_i x_i \quad (\text{B-4})$$

où x_i est une valeur possible de la variable X ayant comme probabilité d'apparition p_i .

Dans le cas d'une variable continue, la probabilité d'apparition est régie par la fonction de densité de probabilité $f(x)$ et l'espérance s'écrit :

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx. \quad (\text{B-5})$$

L'espérance peut également prendre le nom de moyenne.

D'un point de vue statistique, ce n'est plus le comportement d'une variable aléatoire qui est étudié, mais celui d'une population.

B.4 Moments

Le moment non centré d'ordre k d'une variable aléatoire X est égal à l'espérance mathématique de X^k .

Dans le cas d'une variable discrète :

$$\mu_{X(k)} = E(X^k) \quad (\text{B-6})$$

Dans le cas d'une variable réelle :

$$E(X^k) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^k f(x) dx \quad (\text{B-7})$$

De même, le moment centré d'une variable est égal à :

$$\mu'_{X(k)} = E[(X - \mu_{X(1)})^k] \quad (\text{B-8})$$

ce qui s'exprime comme suit pour une variable réelle :

$$\mu'_{X(k)} = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_{X(1)})^k f(x) dx. \quad (\text{B-9})$$

Il y a deux types de moments remarquables : le moment centré d'ordre deux, qui correspond à la variance, comme expliqué à la section suivante, et le moment d'ordre trois, qui permettent de se rendre compte de la dissymétrie d'une population par rapport à sa valeur moyenne.

B.5 Variance

La définition de la variance est donnée par le théorème de Koenig : La variance d'une variable aléatoire X est égale à la différence entre le moment non centré d'ordre 2 et le carré de l'espérance mathématique. Ceci correspond en fait au moment centré d'ordre 2 de la variable aléatoire X .

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= V(X) = E(X - E(X))^2 \\ &= E(X^2) - E^2(X) \end{aligned} \quad (\text{B-10})$$

B.6 Écart-type

L'écart type d'une variable aléatoire X est défini à l'aide de la variance de cette même variable. Il est égal à la racine carrée de la variance :

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} \quad (\text{B-11})$$

L'écart type est utilisé comme indicateur de dispersion des valeurs de la variable X autour de son espérance mathématique. Nous pouvons remarquer que la variance donne également la même information. C'est donc cette dernière grandeur qui sera le plus souvent utilisé pour mesurer la dispersion en lieu et place de l'écart type. Ceci s'explique par le fait que le calcul d'une racine carrée sur un ordinateur est une opération relativement coûteuse et que ce type d'opération est fait plusieurs millions de fois lors du calcul d'une image.

Annexe C

Diagramme de Voronoï et triangulation de Delaunay

Cette annexe présente, ou rappelle, ce que sont le diagramme de Voronoï et la triangulation de Delaunay utilisés dans la méthode présentée section 4.2.2.

Pour plus de détails nous conseillons de se référer à [Elb92] ou encore à [OBS92] qui présente un éventail très étendu de ces constructions.

Nous aborderons la notion de diagramme de Voronoï sur une sphère et plus précisément sur un hémisphère qui est similaire au diagramme dans le plan, mais présente cependant certaines différences fondamentales. Nous exposerons la méthode utilisée pour le construire.

C.1 Diagramme de Voronoï et triangulation de Delaunay

Tout d'abord au 18^{ème} siècle par Gauss et Dirichlet, puis plus près de nous, en 1908, par Voronoï, a été introduit un diagramme tout d'abord connu sous le nom de tessellation de Dirichlet. Ce diagramme, défini pour un ensemble S fini de points (appelés sites) d'un espace E , a pour particularité de créer une partition de cet espace, définie par des régions $V(s)(s \in S)$ de tous les points de E plus proches de s que de tous les autres sites. De nos jours, la dénomination la plus courante pour cette partition est *diagramme de Voronoï*.

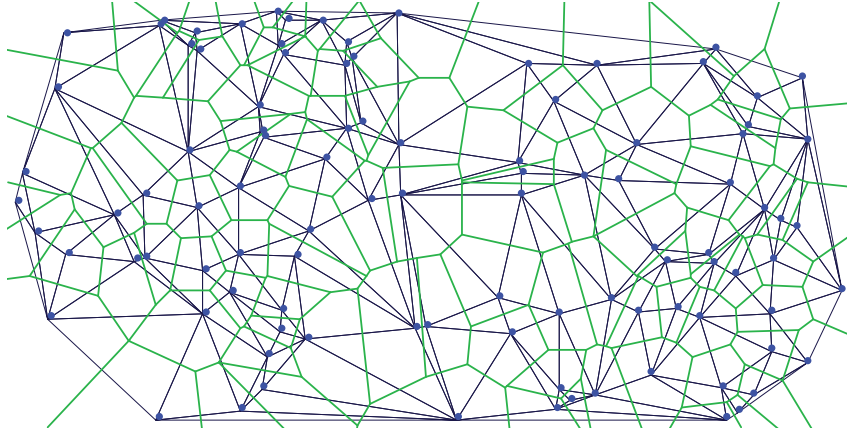


Figure C.1 – Un semi de points, les sites, à partir desquels sont construits les diagrammes de Voronoï (en traits verts) et la triangulation de Delaunay (en traits gris). Pour un ensemble de points donnés, dégénérescences mises à part, ces deux diagrammes sont uniques.

Ses applications sont nombreuses et aussi variées que la cristallographie, la climatologie, la géographie, la Conception Assistée par Ordinateur ou encore la géométrie algorithmique et la synthèse d'images !

C.1.1 Diagramme de Voronoï

Une définition du diagramme de Voronoï, plus formelle que celle donnée ci-dessus, peut s'écrire :

Soit $S = \{s_1, \dots, s_n\}$ de \mathbb{R}^2 avec $2 \leq n < \infty$ et $x_i \neq x_j$, $i \neq j$, $i, j \in \{1, \dots, n\}$. La région

$$V(s_i) = \{x \mid \|x - x_i\| \leq \|x - x_j\|, j \neq i\} \quad (\text{C-1})$$

porte le nom de polygone de Voronoï associé au site s_i et l'ensemble

$$\mathcal{V}(S) = \{V(s_1), \dots, V(s_n)\} \quad (\text{C-2})$$

est le diagramme de Voronoï généré par S (x_i est le vecteur de coordonnées de s dans le plan).

Un diagramme de Voronoï présente des propriétés intéressantes dont nous donnons les principales (celles qui nous sont le plus utiles) ici.

Propriété 1 : pour un ensemble de sites distincts donnés $S = \{s_1, \dots, s_n\}$ de \mathbb{R}^2 avec $2 \leq n < \infty$, l'ensemble $V(s_i)$ défini par :

$$V(s_i) = \{x \mid \|x - x_i\| \leq \|x - x_j\|, j \neq i, i, j \in \{1, \dots, n\}\} \quad (\text{C-3})$$

est un polygone convexe non vide et $\mathcal{V}(S) = \{V(s_1), \dots, V(s_n)\}$ est tel que :

$$\bigcup_{i=1}^n V(s_i) = \mathbb{R}^2 \quad (\text{C-4})$$

$$[V(s_i) \setminus \partial V(s_i)] \cap [V(s_j) \setminus \partial V(s_j)] = \emptyset, i \neq j, i, j \in \{1, \dots, n\} \quad (\text{C-5})$$

où $\partial V(s)$ représente la frontière du polygone de Voronoï $V(s)$. Le diagramme de Voronoï $\mathcal{V}(S)$ est donc unique pour un S donné.

Propriété 2 : soient n , n_a et n_s le nombre de sites, d'arêtes et de sommets d'un diagramme de Voronoï dans \mathbb{R}^2 ($2 \leq n < \infty$). La relation suivante se vérifie :

$$n_s - n_a + n = 1 \quad (\text{C-6})$$

Propriété 3 : soient n , n_a , n_s et n_i le nombre de sites, d'arêtes, de sommets et de polygones infinis d'un diagramme de Voronoï dans \mathbb{R}^2 ($3 \leq n < \infty$). Les inégalités suivantes sont alors vérifiées :

$$n_s \geq \frac{1}{2}(n - n_i) + 1 \quad (\text{C-7})$$

$$n_a \geq 3n_s + n_i - 3 \quad (\text{C-8})$$

C.1.2 Triangulation de Delaunay

La triangulation de Delaunay est la construction duale du diagramme de Voronoï. De l'un nous pouvons construire l'autre, et inversement. A partir d'un diagramme de Voronoï, la triangulation de Delaunay se construit en joignant tous les sites qui ont une arête de Voronoï en commun. Si la construction obtenue ne contient que des triangles, la triangulation est terminée. Dans le cas contraire, toutes les régions non triangulaires sont partitionnées en triangles, en respectant la contrainte de ne pas intersecter les arêtes existantes.

Cette définition informelle est pour nous suffisante. Ce qu'il est important de retenir, c'est que ces deux constructions sont duales et qu'elles cohabitent sur le même ensemble de sites. Il est possible, à n'importe quel moment de passer de l'une à l'autre ; pour les besoins d'un algorithme par exemple.

À présent, nous allons nous intéresser de plus près à une des généralisation du diagramme de Voronoï : le diagramme de Voronoï sur la sphère.

C.2 Diagramme de Voronoï sur un hémisphère

L'utilisation que nous faisons du diagramme de Voronoï pour le calcul des VEI est décrite à la section 4.2.2. Le calcul de la surface couverte par une cellule de Voronoï sur un hémisphère est utilisée pour avoir la valeur de l'angle solide correspondant (cet angle solide, dans le cas d'un hémisphère unitaire, est égal à la surface calculée, soit 2π).

Le calcul d'un diagramme de Voronoï sur un plan, comme décrit à la section précédente, est plus simple que celui sur un hémisphère. Néanmoins, la projection d'un hémisphère sur un plan ne conserve ni les distances, ni les angles et ce sont pourtant ces grandeurs qui nous sont utiles pour calculer la surface. Il était donc nécessaire de construire ce diagramme sur l'hémisphère lui-même.

Il est important de préciser qu'un diagramme de Voronoï sur une sphère appartient à la catégorie des diagrammes plans. Ce que nous tentons de créer ce sont des *polygones* de Voronoï sur la *surface* de la sphère ; nous ne sommes pas en train de construire une structure dans \mathbb{R}^3 . Les différences principales se situent dans la mesure des distances et dans le fait que l'espace considéré est à présent borné. Ce diagramme se définit alors comme suit.

Soit une sphère Φ centrée à l'origine, sur laquelle existe un ensemble de sites distincts $S = \{s_1, \dots, s_n\}$ ($2 \leq n < \infty$). Soient x et x_i les vecteurs de coordonnées des sites s et s_i respectivement.

La distance entre s et s_i sur Φ , est définie par la plus courte longueur de l'arc centré à l'origine et passant par s et s_i . Nous pouvons démontrer que cette distance est égale à :

$$d(s, s_i) = \arccos(x^T x_i) \leq \pi \quad (\text{C-9})$$

où x^T représente le transposé du vecteur x .

Une cellule de Voronoï associée au site s_i est alors définie comme :

$$V(s_i) = \{s | d(s, s_i) \leq d(s, s_j), j \in [1, \dots, n], j \neq i, s \in \Phi\}. \quad (\text{C-10})$$

Nous n'avons trouvé aucun algorithme donnant une solution sur un hémisphère, mais uniquement sur une sphère. Le passage de l'un à l'autre est somme toute assez simple, puisqu'il a suffi de trouver l'intersection des arêtes avec l'équateur quand elle existe (notre semi de points étant contenu dans l'hémisphère supérieur).

La *propriété 1* énoncée plus haut est également valable dans le cas où le diagramme est généré sur une sphère. Ceci est important à nos yeux puisque c'est la garantie que, quel que soit l'ordre dans lequel nous prenons nos rayons, le diagramme sera toujours le même et donc, la portion de surface associée à chacun sera toujours la même. Le calcul de l'angle solide sera cohérent dans tous les cas.

La *propriété 2* et la *propriété 3* sont modifiées dans le cas d'un diagramme sur une sphère, puisque l'espace est borné et qu'il n'y a pas de polygones infinis. Cependant, dans le cas d'un hémisphère, nous pouvons considérer que tous les polygones qui sont intersectés par l'équateur sont des polygones infinis. De ce fait, ces deux propriétés restent inchangées pour un hémisphère. Ceci nous permet de connaître un majorant du nombre de points à créer sur l'équateur pour évaluer la surface de chaque cellule dans cette zone.

Nous pouvons déduire de la *propriété 3* que

$$n_i \geq 2(1 - n_s) + n. \quad (\text{C-11})$$

Du fait que $V(s)$ est un polygone convexe, il y a exactement deux arêtes par polygone infini qui intersectent l'équateur. De plus, chaque polygone infini a une arête en commun avec chacun de ses voisins et l'espace considéré pour créer les points est un cercle. De ce fait, le nombre d'arêtes qui intersectent l'équateur est égal à n_i . L'évaluation de la surface des cellules intersectant l'équateur nécessite donc la création de n_i points supplémentaires.

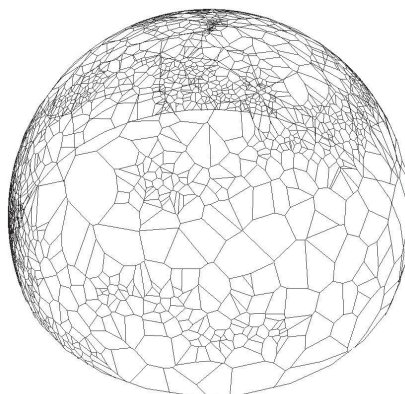


Figure C.2 – *Un diagramme de Voronoï sur un hémisphère. Les sites correspondent au résultat du calcul d'un VEI par la méthode décrite section 4.2.2.*

C.2.1 Mise en œuvre

Le logiciel de lancer de rayon *Yart* utilise une mise en œuvre de l'algorithme de génération du diagramme de Voronoï sur l'hémisphère telle que décrite ci-dessous.

C'est une méthode incrémentale qui construit directement le diagramme de Voronoï en insérant les points les uns après les autres. Elle se base sur la remarque suivante : l'ajout d'un nouveau point ne remet en cause qu'un faible nombre d'arêtes du diagramme de Voronoï existant. Il suffit de les identifier — ce sont les arêtes brisées — et de ne reconstruire que cette partie du diagramme.

Plusieurs résultats théoriques sont utiles ici. Nous pouvons montrer que l'ensemble des sommets brisés — sommets qui n'existeront plus dans le diagramme de Voronoï contenant le nouveau point — forment un ensemble connexe. De plus, chaque nouveau sommet est situé sur une arête brisée. Enfin, chaque arête qui possède un sommet brisé et un sommet non brisé possède exactement un nouveau sommet.

Un algorithme de haut niveau serait donc le suivant :

Mise à jour du diagramme de Voronoï.

Rechercher un sommet brisé

Déterminer l'ensemble des sommets brisés

Identifier toutes les arêtes brisées (qui joignent un sommet brisé et un sommet non-brisé)

Compléter le diagramme en joignant les nouveaux sommets

La structure de données utilisée est celle des *quad-edge*, décrite dans [GS85]. Cette structure est très intéressante car elle permet à la fois de manipuler les diagrammes de Voronoï et les triangulations de Delaunay. Nous présentons dans ce qui suit certains détails de l'algorithme proposé.

Recherche d'un sommet brisé

La triangulation de Delaunay, structure duale du diagramme de Voronoï, est plus adaptée à la localisation de points. La structure de *quad-edge* nous permet de manipuler indifféremment les deux constructions au même moment, c'est pourquoi nous utiliserons la partie correspondant à la triangulation de Delaunay pour localiser la position du point à insérer.

Le point de départ de la recherche se fait à partir d'une arête quelconque du diagramme. La position du point à insérer, p , dans le maillage est localisée par rapport à l'arête courante : p est-il à droite ou à gauche de l'arête?

Le domaine dans lequel p se situe est réduit en tournant autour de l'origine de l'arête courante dans le sens de p . Au moment où p change de côté, nous pouvons en déduire qu'il appartient au secteur qui est compris entre les deux dernières arêtes. La sélection se poursuit en considérant le symétrique de l'arête où l'on est arrivé après avoir dépassé p .

Le triangle qui contient le point est celui tel que p est du même côté des trois arêtes du triangle.

Le premier sommet brisé trouvé sera le sommet de Voronoï associé à ce triangle.

Recherche des sommets brisés restants

Nous considérons qu'au moins deux sommets ont été brisés¹.

Recherche des sommets brisés restants

Prérequis : se positionner sur une arête à détruire

Avancer en tournant dans le sens anti-horaire jusqu'à trouver une arête non détruite (nous nous trouvons alors sur une arête brisé)

Tourner autour de cette arête pour repartir dans l'autre sens

tant que on est sur une arête détruite **faire**

Recommencer à tourner dans le sens anti horaire

fin tant que

Ceci permet de tourner autour du graphe formé par les sommets brisés et les arêtes détruites en parcourant ces sommets et ces arêtes de manière exhaustive. De cette manière, toutes les arêtes et les sommets brisés sont identifiés. La maillage est alors complété en parcourant les arêtes brisées. Les nouveaux sommets sont insérés dans le diagramme et les arêtes sont mises à jour. Le résultat de cet algorithme sur un VEI comportant 1 502 rayons, est donné sur la figure C.2.

1. Le cas d'un sommet brisé unique est traité comme cas particulier de l'algorithme.

Annexe D

Environnement de travail

Cette annexe donne une brève description des logiciels supports de notre travail de thèse.

La base incontournable de notre réalisation est sans nul doute le logiciel de lancer de rayons *Yart*¹ qui nous a permis les nombreux développements exposés dans ce mémoire. Des détails sur ce logiciel sont donnés dans la section D.2.

Toutes les scènes présentées ont été réalisées en CSG² en utilisant le langage CASTOR, exposé dans la section D.1. Ce langage de description de scènes a été présenté pour la première fois dans [Bei86] et a largement évolué avec le développement de Yart.

Enfin, la section D.3 présente le format utilisé pour stocker les images et les reproduire à l'écran lors de leur visualisation.

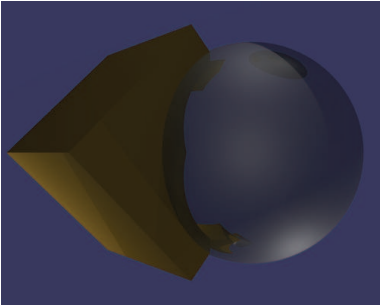
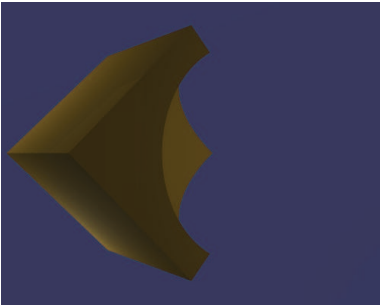

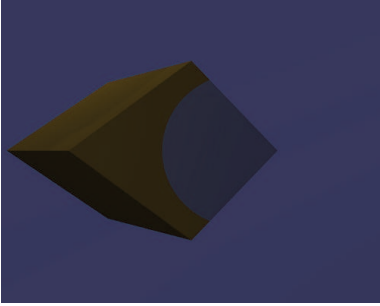
D.1 CASTOR, ou la description de scènes CSG

La première chose à avoir avant de pouvoir calculer une image, est une collection de modèles d'objets. Pour cela il est utile de disposer d'un langage de description de scène. Celui utilisé dans le cadre de notre étude est CASTOR, décrit dans les deux sections suivantes.

1. *Yet Another Ray-Tracer*

2. *Constructive Solid Geometry*. Une traduction française, tout aussi inélégante que celles proposées jusqu'alors, pourrait-être *construction de scène par assemblage d'objets*. Nous préférons continuer d'utiliser le terme anglais ainsi que l'acronyme *CSG*.

Tableau D.1 – Exemples d’opérations booléennes entre un cube et une sphère.

	Illustration	Nom de l’opération booléenne
(1)		Réunion du cube avec la sphère.
(2)		Différence entre le cube et la sphère.
(3)		Intersection entre la sphère et le cube.
(4)		Déformation (affinité) de la réunion de (2) avec (3).

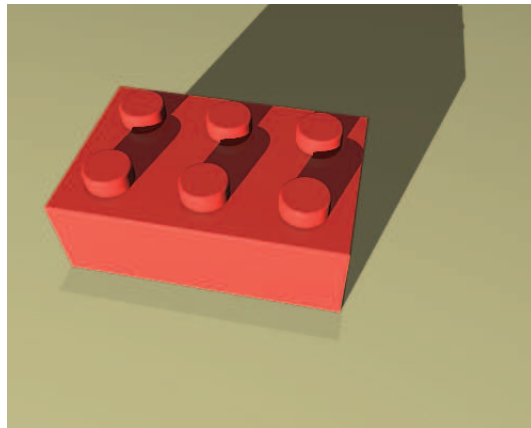


Figure D.1 – Exemple d'objet plus complexe créé à partir de primitives CSG.

D.1.1 Constructive Solid Geometry

La modélisation par *constructive solid geometry* (CSG) pourrait s'apparenter à de la sculpture en ce sens que certains objets sont *travaillés* par d'autres, comme un bloc de marbre est travaillé par le burin de l'artiste. Ici point de bloc de marbre ou encore de burin, mais une bibliothèque d'objets très simples appelés primitives : le cône, le cube, le cylindre, les métaformes, la sphère et le tore. Ils sont combinés à l'aide d'opérations booléennes de façon à les réunir, à faire la différence des uns avec d'autres, mais également à en faire l'intersection ou à les déformer. La figure D.1 donne un exemple de ces opérations avec un cube et une sphère.

Chaque primitive a une couleur ou une texture qui lui est propre. La couleur, ou la texture de l'objet final, est dépendante de la mise en œuvre utilisée. Dans notre cas et sauf en ce qui concerne les réunions, c'est le premier objet dans la liste qui donne sa couleur ou sa texture à l'objet final. Par exemple, dans la figure D.1, l'objet résultat, sur la ligne (2), a hérité de la couleur du cube, celui-ci étant placé en début d'opération. Ce n'est pas le cas de l'objet de la ligne (3) où c'est la sphère qui, placée en tête d'opération, donne sa couleur à l'objet final.

Au final, la scène peut être représentée par un arbre de description. C'est l'arbre CSG. Nous pouvons également remarquer que, les primitives étant peu nombreuses, il semble judicieux de vouloir les réutiliser sans avoir à les créer en plusieurs exemplaires. Ceci fait gagner beaucoup de mémoire sur les scènes de taille importante. Le logiciel Yart est capable de comprendre une description de scène qui utilise un graphe CSG et non

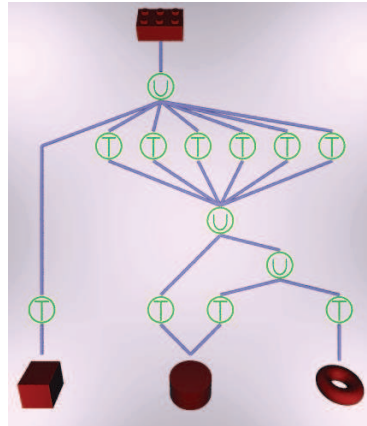


Figure D.2 – Exemple de graphe CSG

plus un arbre. De ce fait, chaque primitive utilisée n'est créée qu'une seule fois. Sur l'exemple de la figure D.1, cela donnera le graphe représenté sur la figure D.2.

D.1.2 CASTOR et CASTOR-C

CASTOR et CASTOR-C sont les deux langages (en réalité, deux versions du même langage) utilisés pour décrire les scènes que nous avons créées.

Le premier cité l'est également d'un point de vue historique. C'est le plus rudimentaire et il permet, à l'aide d'un simple fichier texte, de décrire, objet après objet, opération après opération, l'intégralité de la scène. La figure D.3 présente le texte associé à la réunion ($\$U$) du cube ($!cu$) et de la sphère ($!sp$) de la figure D.1.

Le second est en fait une interface au premier qui utilise le langage de programmation C pour faciliter la création de scènes et tout particulièrement les opérations procédurales. Grâce aux boucles et aux fonctions qu'il est possible de créer avec un langage de programmation tel que le C, il devient aisé de modéliser des objets complexes et répétitifs. Le code correspondant au script CASTOR-C de la figure D.3 est donné à la figure D.4. Une fois ce code compilé, l'exécution produit le script CASTOR-C.

Même si une tentative a été faite pour interfacer un modéleur graphique avec ces langages de description de scène, sa portée est restée de faible ampleur. Toutes les scènes présentées ont donc été modélisées avec le simple mais non moins excellent éditeur *vi*.

```

>"(niveau_rendu (ombres 1) (ambient 0.4))";
>"(reflex_refract (nb_max 50) (epsilon 0.001))";
>"(eclairage_spherique 1 1 8 0.1 1 70 70 70 0)";
>"(eclairage_spherique -0.5 2 -1.5 0.1 1 30 30 30 1)";
>"(eclairage_spherique -1 -2 -3 0.1 1 40 40 40 2)";
>"(eclairage_spherique 0 -3 0 0.1 1 40 40 40 3)";

%eye(4.2,0.5,1.5);
%depth(1e-05,10000);
%roll(0);
%aim(0,-0.05,1.5);
%ang(23,23);

o_1= !cu(114,89,25,0) : (M_SINGLE_ISO 0.45 0.35 0.1 0.9);
o_2= @t(-0.5,-0.5,-0.5) o_1;
o_3= @h(1.5) o_2;
o_4= @r(1,0,0,45) o_3;
o_5= @r(0,0,1,45) o_4;

o_6= !sp(229,229,229,0) : (M_SINGLE_ISO 0.9 0.9 0.9 0.2);
o_7= @t(0,1,0) o_6;

o_8= $U(o_5,o_7);

o_9= @t(0,-0.5,0) o_8;
o_10= @t(0,0,1.5) o_9;

>o_10;

```

Figure D.3 – *Exemple simple de script CASTOR.*

```

#include "nacC.h"
#include "OBJETS/ObjetsCastor.h"

int model(int argc, char **argv)
{
    T_Matiere CoulAcier =
        { M_SINGLE_ISO, 0.90, 0.90, 0.90, 0.20,
          0.00, 0.00, 0.00, 0.00 };
    T_Matiere CoulBois =
        { M_SINGLE_ISO, 0.45, 0.35, 0.10, 0.90,
          0.00, 0.00, 0.00, 0.00 };
    int Scene, sp, cu, plus ;

    Init_Rendu(1, 0.4, 50, 0.001);

    eye( 4.20, 0.50, 1.50);
    aim( 0.00, -0.05, 1.50);
    ang( 23, 23);
    depth(0.00001, 10000.0);
    roll(0.0);

    cu = homot(1.5, trans(-0.5, -0.5, -0.5, Cube(&CoulBois))) ;
    sp = Sphere(&CoulAcier) ;
    plus = trans(0.0, -0.5, 0.0,
        reunion(
            rotat(0,0,1, 45.0, rotat(1,0,0, 45., cu)),
            trans(0.0, 1.0, 0.0, sp),
            fin)) ;

    SourceSpherique( 1.0, 1.0, 8.0, 0.1, 1, 70.0, 70.0, 70.0) ;
    SourceSpherique(-0.5, 2.0, -1.5, 0.1, 1, 30.0, 30.0, 30.0) ;
    SourceSpherique(-1.0, -2.0, -3.0, 0.1, 1, 40.0, 40.0, 40.0) ;
    SourceSpherique( 0.0, -3.0, 0.0, 0.1, 1, 40.0, 40.0, 40.0) ;

    Scene = trans(0.0, 0.0, 1.5, plus) ;
    pas_de_lumiere_par_defaut();
    visu(Scene);

    return 0;
}

```

Figure D.4 – Exemple simple de programme CASTOR-C.

Ceci permet d'expliquer, en partie, la relative simplicité et le manque d'originalité des exemples proposés.

D.2 Yart, ou le lancer de rayons

Ce logiciel décrit dans [Roe93] et entièrement écrit en langage C, est très polyvalent, mais son utilisation principale reste le calcul d'images de synthèse utilisant la technique du lancer de rayons.

Les modifications qu'il a pu subir aux cours des années ont surtout porté sur les différents modèles de rendus et l'interface très rudimentaire n'a pas évolué. Il n'est par exemple pas possible d'exploiter plusieurs processeurs, voire plusieurs stations de travail. Il n'est pas non plus capable de lire un autre format de description de scène que le CASTOR (cf. section précédente). De plus, la méthode de lecture d'un fichier de description et de construction du graphe CSG utilisé pour représenter une scène, ne permet pas de manipulation dynamique. En effet, il n'existe pas de relation directe entre la description de la scène telle que l'utilisateur peut la donner et la représentation du graphe utilisé pour calculer l'image. Toute modification de la scène doit se faire par le biais d'une modification du script de description. Ensuite, il est nécessaire de refaire intégralement le calcul de l'image.

Ces contraintes mises bout-à-bout n'enlèvent rien à la puissance de Yart, mais ne permettent pas un développement réellement efficace et malheureusement, les améliorations nécessaires n'ont pas été réalisables dans le cadre de notre travail de thèse.

D.3 Stockage et visualisation des images

Après la description d'une scène et son calcul, reste l'importante étape de la visualisation. De nombreux logiciels utilisent pour stocker leurs images des formats où l'information pour chaque pixel est composé de trois entiers compris entre 0 et 255, chaque entier correspondant à un canal *rouge*, *vert* ou *bleu*. Le problème est que cette plage de 256 valeurs est en général insuffisante pour rendre correctement la dynamique d'une image. Il est donc nécessaire au cours du calcul de l'image de tronquer les valeurs de luminance, soit vers le bas (couleurs sombres) soit vers le haut (couleurs claires), soit aux deux extrémités et ce de manière définitive. Ces coupes sont inévitables de par la

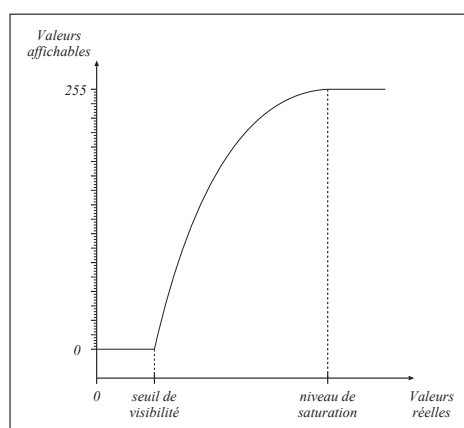


Figure D.5 – Principe de la reproduction de ton utilisée dans le logiciel Yart pour l’affichage des images.

nature du matériel informatique et l’image résultante perd donc une partie de l’information originale. Il semble alors nécessaire de trouver une solution permettant d’adapter à l’image la façon dont ces luminances sont tronquées.

Le format utilisé par *Yart* s’apparente au format RGBE utilisé dans le logiciel *Radiance* de Ward et permet une telle adaptation. Les valeurs de luminance de chaque pixel ne sont plus stockées sur des entiers mais sur des réels strictement positifs. Il est donc possible, au moment de la visualisation, de modifier la façon dont les valeurs réelles sont représentées par les entiers évoqués ci-dessus. Ce processus est plus connu sous le nom de *reproduction de tons* et a donné lieu à de nombreuses recherches ([LRP97, Sch94, TR93, War94]). Dans bien des cas, le résultat n’est pas parfait et doit être adapté à chaque type d’image, d’éclairage et de vision, mais il permet de réduire la présence de zones à forte saturation et de ce fait, améliorer le réalisme de l’image. Le processus utilisé dans *Yart* est totalement empirique mais donne de bons résultats. Il permet de définir trois valeurs qui sont *le niveau de saturation*, *le seuil minimal de visibilité* et *le coefficient de gamma*. Les valeurs inférieures au seuil minimal de visibilité sont considérées comme noires alors que celles supérieures au niveau de saturation sont considérées comme blanches. Entre les deux, elles sont modulées par le coefficient de gamma. Ceci est résumé sur le schéma D.5. La courbe de modulation par le coefficient de gamma (γ) est définie de manière analytique par la formule $f(x) = x^{\frac{1}{\gamma}}$.